PLATONOVA ORIGAMI TIJELA

Popić, Josipa

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FILOZOFSKI FAKULTET

DIPLOMSKI RAD

PLATONOVA ORIGAMI TIJELA

JOSIPA POPIĆ

Split, 2022.

Odsjek: Učiteljski studij

Studij: Integrirani preddiplomski i diplomski učiteljski studij

PLATONOVA ORIGAMI TIJELA

Studentica:

Josipa Popić

Mentorica:

v. pred. Nives Baranović, prof.

Split, rujan 2022.

Zahvala...

Hvala ti mama na podršci koja me prati cijeli život. Bila si moja hrabrost i onda kad je sva moja nestala. Svojim životnim primjerom si mi usadila borbeni duh i pružila mogućnost da sanjam velike snove te da ih pretvorim u stvarnost. Hvala ti na beskonačnoj ljubavi i strpljenju tijekom mog studiranja.

Ova diploma je za tebe.

Sadržaj

1. Uvod 5
2. Poliedri 6
   2.1. Osnovne karakteristike pravilnih poliedara 9
   2.2. Eulerova poliedarska formula 11
   2.3. Zašto je samo pet pravilnih poliedara? 12
3. Origami 15
   3.1. Pojam *origami* 15
   3.2. Nastanak i razvoj 15
   3.3. Papir za origami 18
   3.4. Origami oznake 19
   3.5. Aksiomi origamija 20
   3.6. Oblikovanje origami figura 22
4. Platonova origami tijela 24
   4.1. Origami tetraedar 24
   4.2. Origami kocka 30
   4.3. Origami oktaedar 38
   4.4. Origami ikosaedar 46
   4.5. Origami dodekaedar 50
5. Primjena origamija u obrazovanju 53
6. Zaključak 56
7. Literatura i izvori 57

Sažetak 59

Summary 60

1. Uvod

U radu se opisuju geometrijska tijela koja su posebna po tome što su omeđena samo ravnim plohama i koja su pravilna pa ih ima samo pet, a poznati su pod imenom pravilni poliedri ili *Platonova tijela*. Poseban naglasak je stavljen na oblikovanje Platonovih tijela savijanjem papira japanskom metodom *origami*.

U poglavlju o poliedrima, nakon kraćeg opisa osnovnih elemenata poliedara, predstavlja se pet pravilnih poliedara, njihove osnovne karakteristike i obrazloženje zašto ih je samo pet. U poglavlju o origamiju prikazuju se osnovni elementi japanske metode savijanja papira, aksiomi origamija te opis korištenih pojmova, simbola i oznaka.

Platonova origami tijela, odnosno pravilan tetraedar, heksaedar, oktaedar, ikosaedar i dodekaedar predstavljeni su u središnjem dijelu rada. Posebna pozornost pridaje se njihovoj izradi metodom savijanjem papira na tradicionalan način od jednog lista papira i modularno iz više osnovnih origami jedinica. Poseban značaj ovog rada je u opisivanju koraka koji prate vizualne prikaze s odgovarajućim origami oznaka. Time se dijelom osigurava razvoj matematičkog jezika u svijetu origamija te daje osnova za primjenu u nastavi matematike.

U posljednjem dijelu rada, u poglavlju o primjeni origamija u obrazovanju, daje se kraći pregled mogućnosti origamija u obrazovne svrhe. Ova japanska metoda savijanja papira može pobuditi veći interes za predmet, povećati aktivnost učenika i tako osigurati okruženje za razvoj vizualno-prostornih sposobnosti, koje su neophodne za usvajanje s razumijevanjem mnogih matematičkih pojmova.

Korištenje origamija kao didaktičkog sredstva priličan je izazov za nastavnike jer prije same primjene i nastavnici sami trebaju razviti metode savijanja kako bi ih efikasno mogli koristiti u svrhu učenja matematike. Potencijal origamija je ogroman i osigurava mogućnost iskoraka iz tradicionalnog pristupa nastave matematike, posebno geometriji.

Koristim priliku da se zahvalim prof. Sanji Srbljinović Čuček, predsjednici hrvatskog origami društva, na ustupanju širokog spektra materijala i prenošenju svog osobnog iskustva u svrhu upoznavanja bogatog svijeta origamija.

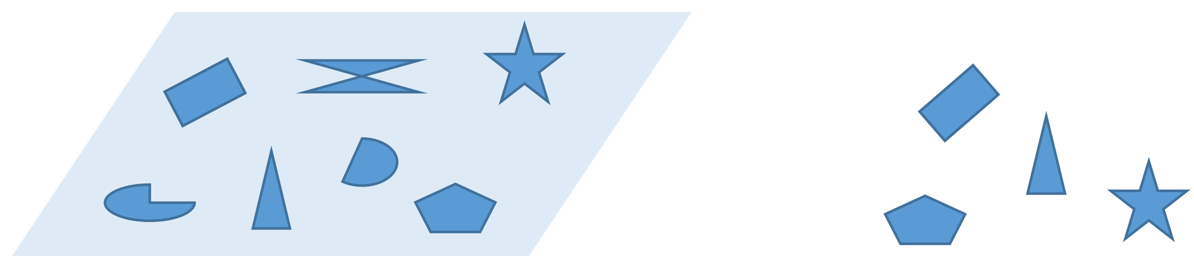
2. Poliedri

Prostor je osnovni geometrijski pojam koji se ne definira, a obično se predstavlja modelom kvadra (Slika 1a). *Točka* je osnovni element prostora pa se prostor može zamišljati i kao beskonačan skup točaka. *Pravac* i *ravnina* osnovni su podskupovi prostora, koji se ne definiraju. Točka se predstavlja kružićem ili vrhom oštrog predmeta, pravac ravnom crtom ili tankom napetom niti, a ravnina paralelogramom ili ravnom plohom (Slika 1b). Ostali podskupovi prostora opisuju se definicijama, a njihova geometrijska svojstva iskazuju se teoremima.

(a) (b)

Slika 1. Modeli osnovnih geometrijskih pojmova

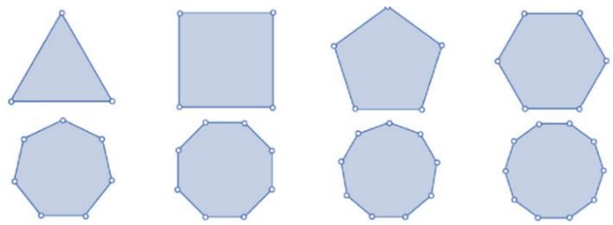
Podskupovi ravnine nazivaju se *ravninskim likovima*. Ako su ravninski likovi omeđeni dio ravnine, onda se za njega kaže da je *geometrijski lik* (Slika 2a). Geometrijski lik može biti omeđen dužinama i zakrivljenim crtama. Ako je geometrijski lik omeđen samo dužinama tako da se one ne presijecaju i samo po dvije imaju zajedničku krajnju točku, onda se za taj lik kaže da je *mnogokut* (Slika 2b).



(a) (b)

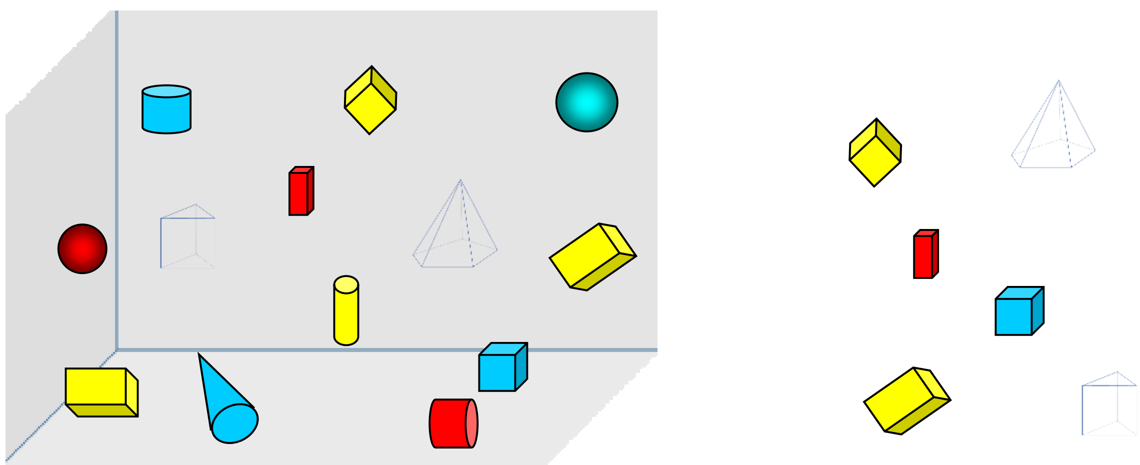
Slika 2. Geometrijski likovi

Za mnogokute koji imaju sve stranice jednakih duljina i sve unutarnje kutove jednakih veličina kaže se da su *pravilni mnogokuti* (Slika 3). Pravilni mnogokuti imaju *centar simetrije* (sjecište simetrala stranica i simetrala kutova), točku koja je jednako udaljena od svih vrhova i od svih stranica pa je ta točka ujedno središte mnogokutu opisane i upisane kružnice. Opisana i upisana kružnica istog mnogokuta koncentrične su kružnice.



Slika 3. Pravilni mnogokuti[1]

Podskupovi prostora nazivaju se *prostornim tijelima*. Ako je prostorno tijelo omeđeni dio prostora, onda se za njega kaže da je *geometrijsko tijelo* (Slika 4a). Geometrijsko tijelo može biti omeđeno ravnim i zakrivljenim plohama. Geometrijsko tijelo koje je omeđeno samo ravnim plohama naziva se *uglato tijelo* ili *poliedar* (Slika 4b).



(a) (b)

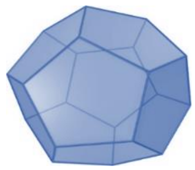
Slika 4. Geometrijska tijela

Plohe koje omeđuju poliedar su mnogokuti, a još se nazivaju i *strane poliedra*. Dužine u kojima se sastaju dvije susjedne strane poliedra nazivaju se *bridovi* poliedra, a točke u kojima se sastaju susjedni bridovi nazivaju se *vrhovi* poliedra (Slika 5).

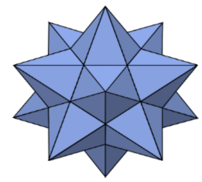
Slika 5. Elementi poliedra

[1] Slika preuzeta iz [16].

Poliedri mogu biti konveksni (Slika 6a) i nekonveksni (Slika 6b). Poliedar je *konveksan* ukoliko svaka dužina koja spaja njegove dvije po volji odabrane točke pripada tom poliedru. Drugim riječima, konveksni poliedar unutar svog tijela sadrži sve svoje dijagonale, dok nekonveksni poliedar ima dijagonale koje se dijelom nalaze izvan tijela.



(a)



(b)

Slika 6. Konveksni i nekonveksni poliedar

Za konveksne poliedre kojima su sve strane pravilni sukladni mnogokuti, a svaki vrh je krajnja točka jednakog broja bridova kaže se da su *pravilni poliedri*. Pravilnim poliedrima su, osim strana i bridova, sukladni i svi unutarnji kutovi. Zbroj kutova koji zatvaraju svi bridovi u jednom vrhu tijela, treba biti manji od 360°. Zbog toga se u jednom vrhu mogu sjeći tri, četiri ili pet jednakostraničnih trokuta, ili tri kvadrata ili tri pravilna peterokuta (Stipančić-Klaić, 2022, str. 85). Na temelju tog svojstva pokazuje se da postoji točno pet pravilnih poliedara. To su pravilni tetraedar, pravilni oktaedar, pravilni heksaedar, pravilni ikosaedar, pravilni dodekaedar (Rukavina i Brozović, 2018, str. 14).

Proučavajući svojstva pravilnih poliedara i prirodne elemente: vatru, vodu, zemlju i zrak, Platon ih dovodi u međusobnu vezu. Tako se vatra dovodi u vezu s tetraedrom koji je oštar pa lako prodire u druga tijela, zemlja je čvrsta pa se povezuje s heksaedrom kao najstabilnijim od svih poliedara, prozračni oktaedar povezuje se sa zrakom, a ikosaedar kao „najobliji" lako klizi pa se dovodi u vezu s vodom. Dodekaedar se svojim oblikom dovodi u vezu sa Svemirom (Dakić i Elezović, 2008). S obzirom da Platonov doprinos, pravilni poliedri još se nazivaju i *Platonova tijela* (Slika 7).

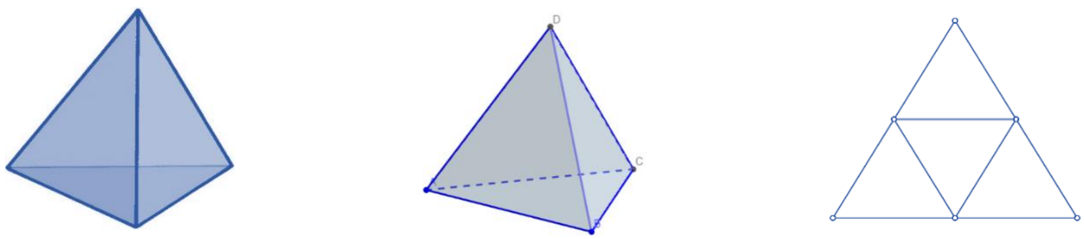
Slika 7. Ilustracija Platonovih tijela[2]

[2] Slika preuzeta iz [5].

2.1. Osnovne karakteristike pravilnih poliedara

Osnovne karakteristike pravilnih poliedara razmatraju se s obzirom na broj njihovih ploha, broj bridova i broj vrhova. U tu svrhu se za svaki pravilni poliedar daje njegov vizualni prikaz i mreža[3]. Pod *mrežom tijela* podrazumijeva se ravninski lik kojeg čine sve plohe koje omeđuju to tijelo. Savijanjem mreže, iz ravnine u prostor na odgovarajući način, može se oblikovati tijelo koje predstavlja.

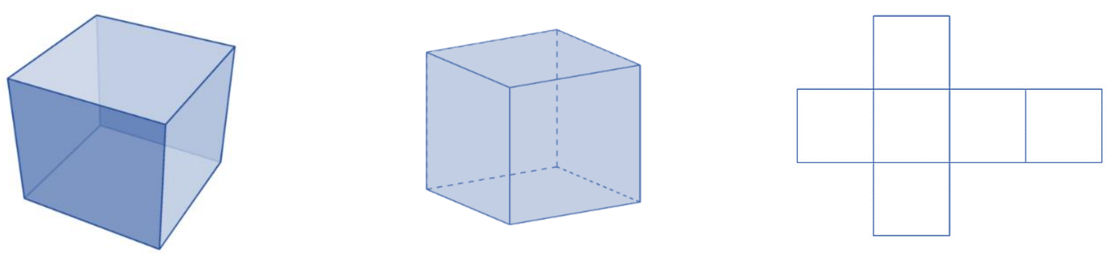
Pravilni tetraedar ili pravilna trostrana piramida jest poliedar koji je omeđen s četiri sukladna jednakostranična trokuta pa je tako dobio i ime od grčke riječi *tetra* što znači četiri. Pravilni tetraedar ima četiri vrha, a iz svakog vrha izlaze po tri brida, što ukupno čini šest bridova (Slika 8).



(a) Vizualni prikaz (b) Mreža

Slika 8. Pravilni tetraedar

Pravilni heksaedar ili kocka jest poliedar koji je omeđen sa šest sukladnih kvadrata pa je tako dobio i ime od grčke riječi *heksa* što znači šest. Pravilni heksaedar ima osam vrhova, a iz svakog vrha izlaze po tri brida, što ukupno čini dvanaest bridova (Slika 9).

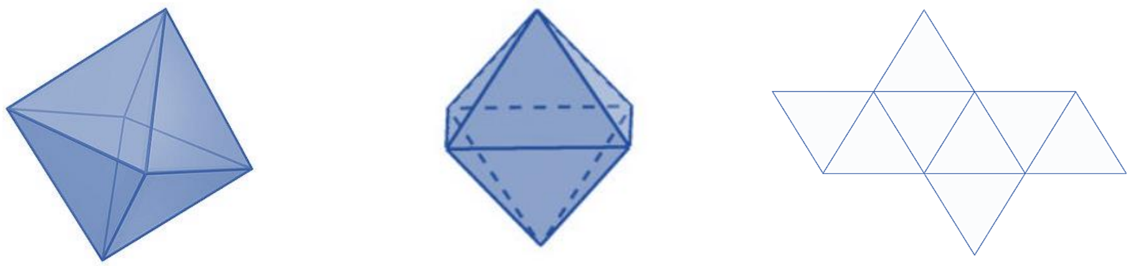


(a) Vizualni prikaz (b) Mreža

Slika 9. Pravilni heksaedar

[3] Sve slike prikazane u ovom dijelu preuzete su iz [17].

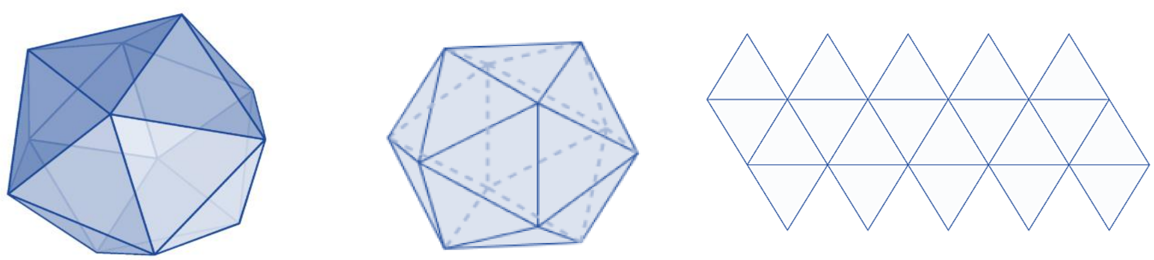
Pravilni oktaedar jest poliedar koji je omeđen s osam sukladnih jednakostraničnih trokuta. Ime je dobio od grčke riječi *okto* što znači osam. Pravilni oktaedar ima šest vrhova, a iz svakog vrha izlaze po četiri brida, što ukupno čini dvanaest bridova (Slika 10). Oktaedar se može promatrati i kao dvije pravilne četverostrane piramide spojenih baza.



(a) Vizualni prikaz (b) Mreža

Slika 10. Pravilni oktaedar

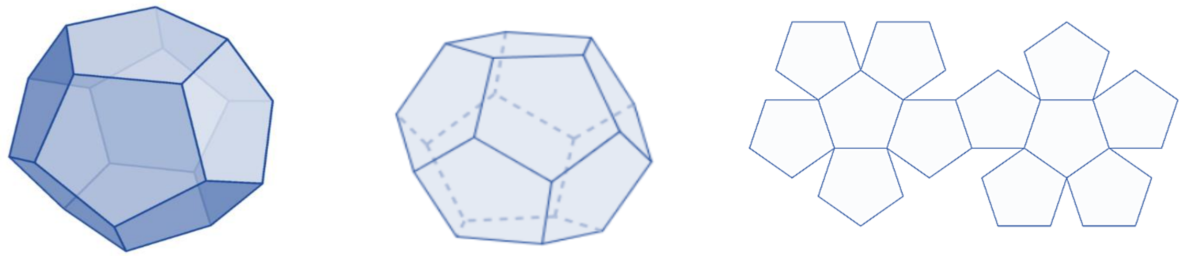
Pravilni ikosaedar jest poliedar koji je omeđen s dvadeset sukladnih jednakostraničnih trokuta. Ime je dobio od grčke riječi *ikosi* što znači dvadeset. Pravilni ikosaedar ima dvanaest vrhova, a iz svakog vrha izlazi po pet bridova, što ukupno čini trideset bridova (Slika 11).



(a) Vizualni prikaz (b) Mreža

Slika 11. Pravilni ikosaedar

Pravilni dodekaedar jest poliedar koji je omeđen s dvanaest sukladnih pravilnih peterokuta. Ime je dobio od grčke riječi *dodeka* što znači dvanaest. Pravilni dodekaedar ima dvadeset vrhova, a iz svakog vrha izlaze po tri brida, što ukupno čini trideset bridova (Slika 12).



(a) Vizualni prikaz (b) Mreža

Slika 12. Pravilni dodekaedar

Uspoređivanjem pravilnih poliedara prema opisanim karakteristikama mogu se uočiti razna druga svojstva. Jedno značajno svojstvo, na temelju kojeg se može pronaći odgovor na pitanje *zašto je pravilnih poliedara samo pet* daje se u nastavku.

2.2. Eulerova poliedarska formula

Pri uspoređivanju svojstava među pravilnim poliedrima korisno je njihove osnovne karakteristike prikazati tablično (Tablica 1). U tu svrhu uvode se oznake, koje će se koristiti u daljnjem radu: S – ukupan broj strana, V – ukupan broj vrhova, B – ukupan broj bridova.

Tablica 1. Osnovne karakteristike pravilnih poliedara

	Broj strana S	Broj vrhova V	Broj bridova B	$S+V$	$S+V-B$
Tetraedar	4 trokuta	4	6	8	2
Heksaedar	6 kvadrata	8	12	14	2
Oktaedar	8 trokuta	6	12	14	2
Ikosaedar	20 trokuta	12	30	32	2
Dodekaedar	12 peterokuta	20	30	32	2

Prema podacima prikazanima u Tablici 1. može se uočiti da je zbroj svih strana (S) i svih vrhova (V) u svakom poliedru za 2 veći od broja svih njegovih bridova (B), odnosno $V+S-B=2$.

Dano svojstvo pravilnih poliedara u obliku formule izveo je i dokazao švicarski matematičar, fizičar i astronom, Leonhard Euler, te se njemu u čast naziva *Eulerova poliedarska formula* (Višak, 2014).

2.3. Zašto je samo pet pravilnih poliedara?

Prilično je intrigantno da među mnoštvom raznovrsnih poliedara postoji samo pet pravilnih. Odgovor na pitanje *Zašto je samo pet Platonovih tijela?* može se pronaći u primjeni Eulerove poliedarske formule. Prije toga uvode se još neke oznake: neka je *m* broj bridova na svakoj strani, a *n* broj bridova koji se sastaju u jednom vrhu pravilnog poliedra.

Kako se svaki brid nalazi između dviju strana, znači da ukupan broj bridova na svakoj strani (*m*) pomnožen s ukupnim brojem strana (*S*) daje dvostruko veći broj od ukupnog broja bridova koje to tijelo ima (*B*), odnosno $mS = 2B$. Analogno, kako jedan brid spaja dva vrha, množenjem ukupnog broja bridova koji se sastaju u jednom vrhu (*n*) s ukupnim brojem vrhova (*V*) dobiva se dvostruko veći broj od ukupnog broja bridova koje to tijelo ima (*B*), odnosno $nV = 2B$.

Ako se iz prethodnih jednakosti izrazi broj strana *S* i broj vrhova *V* preko broja bridova *B:* $S = \frac{2B}{m}$, $V = \frac{2B}{n}$ te uvrsti u Eulerovu poliedarsku formulu $V + S - B = 2$, dobiva se jednakost:

$$\frac{2B}{n} - B + \frac{2B}{m} = 2.$$

Svođenjem izraza s lijeve strane na zajednički nazivnik $m \cdot n$ te izvlačenjem zajedničkog faktora *B* dobiva se ekvivalentna jednakost:

$$\frac{(2m - mn + 2n)B}{mn} = 2. \qquad (1)$$

Kako je strana poliedra s najmanjim brojem stranica trokut, ukupan broj bridova na jednoj strani (*m*) je najmanje tri pa je $m \geq 3, m \in \mathbb{N}$, a kako se u jednom vrhu mogu sastati najmanje tri brida za ukupan broj bridova iz jednog vrha (*n*) vrijedi $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

Nadalje, m i n pozitivni brojevi to je i njihov umnožak $m \cdot n$ pozitivan broj, kao i broj B, što znači da će razlomak (1) biti pozitivan broj (broj 2), samo ako je i izraz u zagradi s lijeve strane pozitivan, odnosno ako vrijedi: $2m - mn - 2n > 0$. Množenjem nejednakosti s -1 dobiva se:

$$mn - 2m - 2n < 0 \qquad (2)$$

Transformacijom nejednakosti (2) dodavanjem broja 4 s obje strane nejednakosti i sređivanjem dobiva se:

$$\begin{aligned} mn - 2m - 2n + 4 &< 4 \\ m(n-2) - 2(n-2) &< 4 \\ (m-2)(n-2) &< 4 \qquad (3) \end{aligned}$$

Budući da je $m \geq 3, m \in \mathbb{N}$, to je $m - 2 \geq 1$. Analogno je i $n - 2 \geq 1$. Kako umnožak brojeva s lijeve strane nejednakosti (3) mora biti manji od 4 može se zaključiti da ti umnošci mogu biti 1, 2 ili 3 jer se radi o umnošcima prirodnih brojeva. Razmatranjem tih mogućnosti dobiva se:

Slučaj 1. Ako je $(m-2)(n-2) = 1 = 1 \cdot 1$, onda je $m - 2 = 1$ i $n - 2 = 1$, odnosno $m = 3$ i $n = 3$. To znači da se radi o poliedru kojemu su strane trokuti, a u jednom vrhu se sastaju 3 brida, a to je *pravilni tetraedar*.

Slučaj 2. Ako je $(m-2)(n-2) = 2 = 1 \cdot 2$, onda postoje dvije mogućnosti:

Slučaj 2a. $m - 2 = 1$ i $n - 2 = 2$, odnosno $m = 3$ i $n = 4$. To znači da se radi o poliedru kojemu su strane trokuti, a u jednom vrhu se sastaju 4 brida, a to je *pravilni oktaedar*.

Slučaj 2b. $m - 2 = 2$ i $n - 2 = 1$, odnosno $m = 4$ i $n = 3$. To znači da se radi o poliedru kojemu su strane kvadrati, a u jednom vrhu se sastaju 3 brida, a to je *pravilni heksaedar*.

Slučaj 3. Ako je $(m-2)(n-2) = 2 = 1 \cdot 3$, onda postoje još dvije mogućnosti:

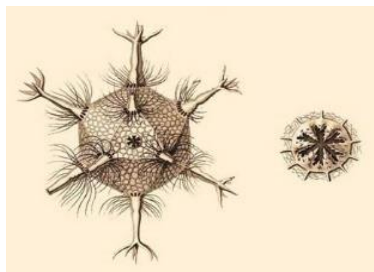
Slučaj 3a. $m - 2 = 1$ i $n - 2 = 3$, odnosno $m = 3$ i $n = 5$. To znači da se radi o poliedru kojemu su strane trokuti, a u jednom vrhu se sastaje 5 bridova, a to je *pravilni ikosaedar*.

Slučaj 3b. $m - 2 = 3$ i $n - 2 = 1$, odnosno $m = 5$ i $n = 3$. To znači da se radi o poliedru kojemu su strane peterokuti, a u jednom vrhu se sastaju 3 brida, a to je *pravilni dodekaedar*.

Pored tih, nejednakost (3) nema drugih rješenja što znači da postoji samo pet pravilnih poliedara.

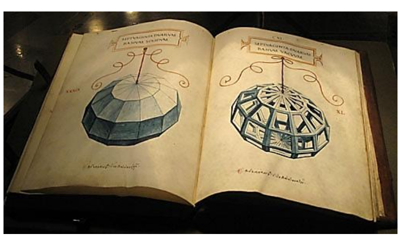
3.4 Primjeri pravilnih poliedara u svijetu oko nas

Razni živi organizmi u svijetu oko nas imaju oblik pravilnih poliedara. Tako je pokazano da kostur jednostaničnog organizma zrakaša (lat. *Circogonia icosahedra*) ima oblik ikosaedra (Slika 13a). Kako živi duboko u vodi, plijen je koraljnim ribama, ali ga upravo žalci na vrhovima dvanaest šupljih bodlji čine učinkovitim u obrani. Većina virusa, poput virusa herpesa, ima oblik pravilnog ikosaedra moguće jer je ikosaedar najpogodniji oblik za reprodukciju njihovih struktura od proteinskih podjedinica (Slika 13b).



Slika 13. Pravilni poliedri u prirodi - Zrakaš [4]

U umjetnosti se često koriste oblici pravilnih poliedara. Tako se oni mogu pronaći u knjizi *De divina proportione* (*O božanskim omjerima*), tiskane 1509. od fra Luca Paciolija, u kojoj je prikazano pet pravilnih poliedara koje je ilustrirao Leonardo da Vinci (Slika 14a).



(a) Leonardovi dodekaedri[5]

(b) S. Dali: *Sakrament posljednje večere*[6]

Slika 14. Pravilni poliedri u umjetnosti

Na slici Salvadora Dalija *Sakrament posljednje večere* radnja se ne prikazuje u biblijskoj gornjoj sobi, već u prostoru u obliku dodekaedra (Slika 14b), na kojoj postiže objediniti svjetovno i božansko: Isus kao čovjek sjedi za stolom, a kao Bog uzdignut je prema nebu (Čoh, 2017).

---

[4] Slika preuzeta iz [15].
[5] Slika preuzeta iz [11].
[6] Slika preuzeta iz [20].

3. Origami

Prva asocijacija na origami vjerojatno je mnogima ždral, ptica koja predstavlja simbol mira i prijateljstva. Svijet origamija je puno širi i puno veći nego što se na prvu može pomisliti. U početku djeluje privlačno i zabavno, a što se više zalazi u taj svijet on može postati prilično kompleksan.

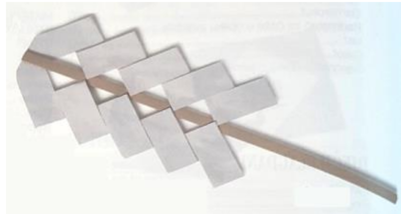
3.1. Pojam *origami*

Pojam *origami* koristi se za japansku tehniku oblikovanja dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih figura savijanje papira. Taj pojam prepoznatljiv je diljem svijeta, a nastao je od složenice *ori-kami* (*oru* – savijati i *kami* – papir), što znači presavijeni papir. Nazivom *origami* više je istaknut sam čin savijanja papira nego njegov rezultat, odnosno u pojmu je sadržana važnost truda i vremena uloženog u savijanje papira (Canovi, 2002). Pojam *origami* koristi se od 1880. godine, a prije njega za savijanje papira korišten je pojam *orikata* (Fuse, 2016).

U literaturi se mogu pronaći objašnjenja kako je origami umjetnost oblikovanja ptica i drugih figura savijanjem papira, ali origami je puno više i šire od toga jer se od papira može napraviti gotovo sve. Također se uvriježilo mišljenje da papir uvijek mora biti kvadratnog oblika. Međutim, postoje na stotine figura koje se oblikuju od papira raznih pravokutnih oblika i drugih vrsta mnogokuta pa čak i krugova. Osim toga za oblikovanje origami figura može se koristiti i više od jednog papira (Beech, 2005).

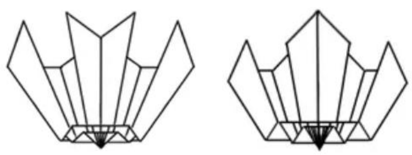
3.2. Nastanak i razvoj

Iako se pojam origami obično veže uz japansku kulturu, prije njih savijanje papira bavili Kinezi. Zapravo, razvoj origamija usko se veže uz razvoj papira čije se otkriće pripisuje Kinezu TS' Ai Lunu 105. godine naše ere i jedan od najstarijih origami figura je kineska *džunka*, odnosno kineski drevni brod. Tek početkom 7. stoljeća budistički svećenici donijeli su papir u Japan gdje se dogodio pravi razvoj origamija (Gerić, 1986). Tako oko 610. godine nastaju jednostavne papirnate forme pod nazivom „go-hei“ (Slika 15) koji se koristio u vjerskim službama (Canovi, 2002, str. 6).



Slika 15. Forma Go-hei[7]

S druge strane, postoje oni koji odbacuju pretpostavku o nastanku origamija u Kini uz obrazloženje da je najstariji nedvosmisleni dokument o origamiju je kratka pjesma koju je sastavio Japanac Ihara Saikaku 1680. godine. Dio pjesme glasi: *Rosei-ga yume-no cho-wa orisue* , odnosno *Leptiri u Roseinom snu bili bi origami*, pri čemu se misli na Ocho Mecho figure (muški i ženski leptiri; Slika 16) koje koriste za zamatanje boca na vjenčanjima (Lister, 2022).



Slika 16. Mecho (lijevo) i Ocho (desno) [8]

Od 17. stoljeća nadalje tiskaju se razne knjige u kojima se opisuju razne metode savijanja origami figura, a na zapadu origami postaje popularan u 20. stoljeću. Danas se origamijem u svijetu bavi velik broj ljudi u razne svrhe i postoje razni izvori koji opisuju metode savijanja, osim tiskanih materijala mogu se pronaći i razni digitalni videozapisi. Postoje razna origami udruženja, časopisi pa čak i specijalizirane knjižare za origami (Gerić, 1986).

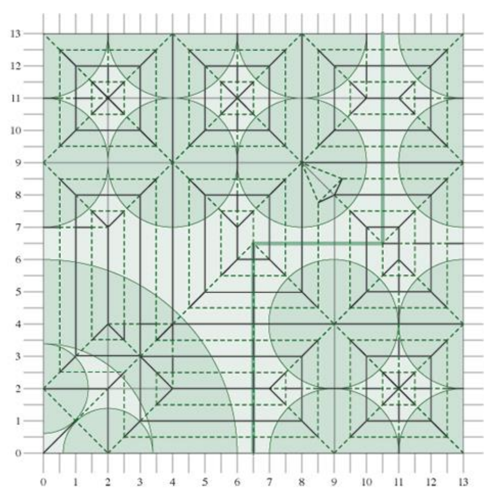
Jedna od najvažnijih osoba u povijesti origamija jest Akira Yoshizawa (1911. - 2005.), a mnogi ga smatraju ocem modernog origamija. Naime, Yoshizawa je zaslužan za razvoj modernog origamija 20. stoljeća i oformio je sustav znakova koji se sastoji od raznih znakova i simbola čime je osigurao razvoj cjelokupne kulture savijanja papira. Osim toga pokrenuo je i kiparsku tehniku "vlažnog" savijanja (Slika 17). Pod "vlažnim" savijanjem podrazumijeva se debljem papira vodom koji se zatim lakše oblikuje u trodimenzionalnu figuru. Uz 18 knjiga koje je napisao o origamiju i nekoliko stotina raznih vrsta dijagrama procjenjuje se da je napravio više od 50.000 origami figura.

[7] Slika preuzeta iz [13].
[8] Slika preuzeta iz [12].

Kao predstavnik svoje zemlje za kulturu, Yoshizawa je na svojim putovanjima diljem svijeta poučavao origami i promovirao japansku kulturu. Zahvaljući svome radu imenovao je doživotnim potpredsjednikom Britanskog društva za origamije. Yoshizawa je toliko cijenio svoje figure da ih nikada nije prodavao jer ih je doživljavao kao vlastitu djecu (Yakam, 2012).

Slika 17. Akira Joshizawa[9]

Često ime koje se spominje u svijetu origamija jest Robert Lang koji je zaslužan za zasnivanje i razvoj računalnog origamija. Računalni origami bavi se istraživanjem formalnih svojstava mogućnosti savijanja papira. Krajem 20. stoljeća Lang je izumio računalni programa *TreeMaker* koji služi za istraživanje matematičke teorije dizajniranja origamija (Slika 18). Danas je program prilično razvijen tako da značajno nadilazi mogućnost savijanja i ručnog dizajniranja papira. Uzorci koji se konstruiraju u tom programu obično su učinkoviti za oblikovanje odgovarajućih origami figura, a osigurava i otkrivanje potpuno novih struktura.



Slika 18. Dizajn "Circle packing"[10]

[9] Slika preuzeta iz [1].
[10] Slika preuzeta iz [23].

3.3. Papir za origami

Postoje različite vrste papira za izradu origamija. U pravilu, svaki se papir može savijati pa je potrebno samo izabrati onaj koji je prikladan za izradu određenog origami modela. Koriste se papiri različitih debljina, dimenzija i boja. Što je papir tanji lakše se savija u više slojeva, ali lakše i puca, a oblikova origami figura može biti i nestabilna. S druge strane deblji papir je teže savijati posebno u više slojeva, ali je oblikovana origami figura čvršća.

Najčešće se koristi papir kvadratnog oblika, ali za neke origami figure koriste se i razni drugi oblici, pravokutni, okrugli, itd. Papir može biti i bijeli, u boji s obje strane ili samo s jedne, a može sadržavati neki uzorak. Za određene vrste papire koriste se određeni nazivi (Taro's origami studio, 2021).

(a) *Kami* papir

(b) *Tant* papir

(c) *Duo Color Standard* papir

(d) *Washi* papir

(e) *Tissue Foil* papir

Slika 19. Origami papiri[11]

Tako se standardni origami papir naziva *Kami* papir (Slika 19a) što je japanska riječ za origami papir. On je karakterističan po tome što je s jedne strane bijel, a druge strane je u boji, debljine 0,071 milimetar i dimenzija od 7,5 cm do 35 cm.

[11] Slika preuzeta iz [22].

Nakon standardnog oblika *Tant* je najčešće korišteni papir (Slika 19b). Obično se radi s nekim uzorkom ima sjajnu površinu i deblji je (0,118 milimetara) pa se neće pokidati nakon višestrukog savijanja. Sam pojam *tant* znači "obilje" pa se pod pojmom *Tant* papira podrazumijeva papir s kvalitetnim bojama.

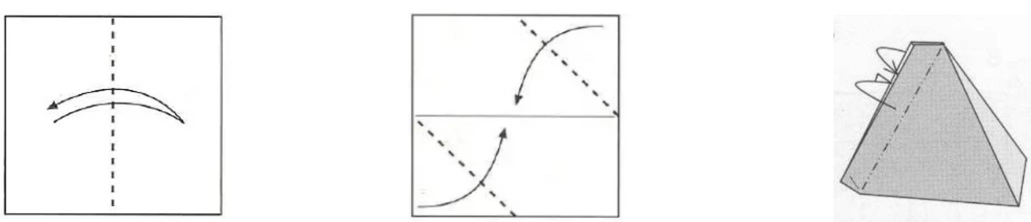
Naziv *Duo color* podrazumijeva da je papir obojan s obje strane pri čemu može biti jednake boje s obje strane, ali i u dvije različite boje. Zbog dodatnog sloja tinte, *Duo Color standard* papir (Slika 19c) debljine je 0,076.

Tradicionalni japanski papir koji se izrađuje od dugih biljnih vlakana naziva se *Washi* papir. Prilično je tanak (0,094 milimetra debljine), a na dodir je sličan tkanini (Slika 20d).

Papir koji je najjednostavniji za savijanje naziva se *Tissue Foil* papir (Slika 20e), a kombinacija je tanke folije i svilenog lista papira. Zbog folije je čvrst, a zbog svilenog papira fleksibilan. Prilično je tanak, a dimenzija mu seže i do 45 cm.

3.4. Origami oznake

U svrhu prikazivanja savijanja papira po koracima koriste se fotografije, ali postoje i vizualni prikazi s dogovorenim oznakama i simbolima. Kako bi se literatura o savijanju papira mogla čitati s razumijevanjem korisno je poznavati osnovne elemente vizualnih prikaza. Origami oznake sastoje se od raznih strelica, crtica i drugih znakova, a njima se ukazuje kako i gdje savijati papir, kada ga okretati ili preokretati, što gdje umetnuti itd. Na primjer, na Slici 20a. prikazano je da se papir savija na pola, radi udubljeni nabor, a zatim rastvara. Na Slici 20b. prikazano je da je papir podijeljen na pola, a zatim se nasuprotni dijelovi papira savijaju ukoso. Na Slici 20c. prikazano je koji dio se treba savinuti i u kojem smjeru.



(a) (b) (c)

Slika 20. Primjeri vizualnih prikaza

Radi lakšeg čitanja vizualnih prikaza koji se koriste u ovom radu u nastavku se daje pregled korištenih origami oznaka i njihovo značenje (Tablica 2).

Tablica 2. Origami oznake

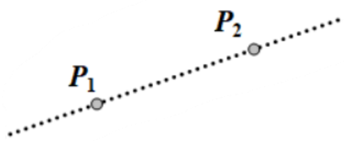
Oznaka	Značenje
	Linija savijanja (eng. Crease line)
	Udubljeni nabor (eng. *Valley fold*)
	Ispupčeni nabor (eng. *Mountain fold*)
	Smjer savijanja (eng. *Fold*)
	Smjer otvaranja (eng. *Open*)
	Prvo savini zatim otvori (eng. *Crease*)
	Savinuti otraga (eng. Fold back)
	Okret (rotacija za neki kut; eng. *Rotate*)
	Preokret s jedne strane na drugu (eng. *Turn round*)
	Umetanje u džep (eng. *Push in the pocket*)

Vizualni prikazi mogu sadržavati brojne origami oznake pa je potrebno malo vještine i praktičnog rada kako bi se oni čitali s razumijevanjem i efikasno primijenili u savijanju papira.

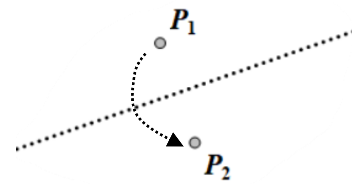
3.5. Aksiomi origamija

U savijanju papira potrebno je poznavati osnovna pravila koja se najčešće nazivaju aksiomima. Svim aksiomima zajedničko je to da opisuju nastajanje točno jedne linije savijanja. Šest aksioma formulirao je talijansko-japanski matematičar Humiaki Huzita 1992. godine, dok je sedmi aksiom postavio Koshiro Hatori 2002. godine pa se po njima nazivaju *Huzita-Hatori aksiomima.* Robert Lang je dokazao potpunost ovog skupa aksioma, tj. pokazao je da nema drugih linija savijanja kojima se može dobiti pregib između danih točaka i pravaca (Jukić, 2007). U nastavku je popis aksioma i njihov vizualni prikaz (Tablica 3).

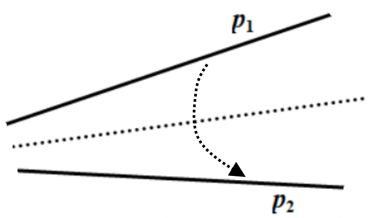
Tablica 3. Aksiomi origamija



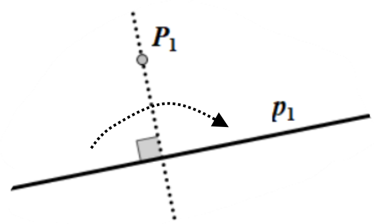
Aksiom 1: Za dvije zadane točke P_1 i P_2, postoji linija savijanja koja prolazi kroz obje točke.



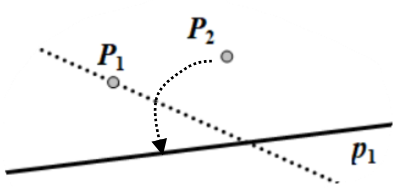
Aksiom 2: Za dvije dane točke P_1 i P_2, postoji linija savijanja koja smješta P_1 na P_2.



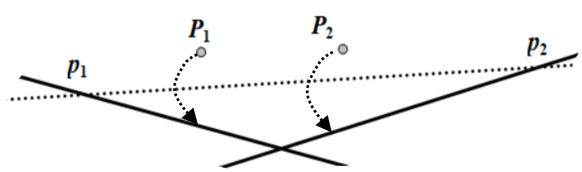
Aksiom 3: Za dva zadana pravca p_1 i p_2, postoji linija savijanja koja smješta p_1 na p_2.



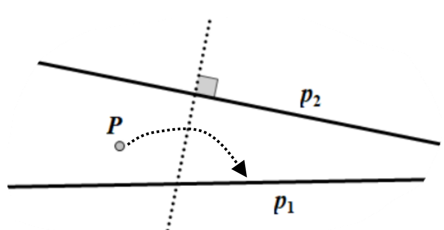
Aksiom 4: Za zadanu točku P_1 i pravac p_1, postoji linija savijanja okomita na pravac p_1 i koja prolazi kroz točku P_1.



Aksiom 5: Za dvije zadane točke P_1 i P_2 i pravac p_1, postoji linija savijanja koja smješta točku P_2 na pravac p_1 i prolazi točkom P_1.



Aksiom 6. Za dvije zadane točke P_1 i P_2 i dva zadana pravca p_1 i p_2, postoji linija savijanja koja smješta točku P_1 na pravac p_1 i točku P_2 na pravac p_2.

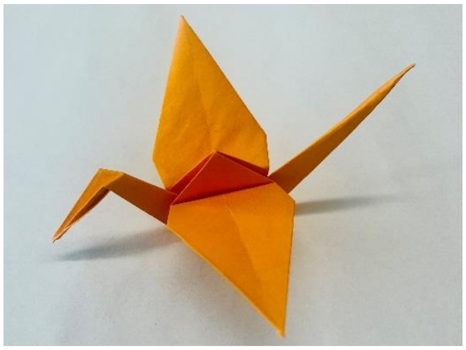


Aksiom 7. Za zadanu točku *P* i dva zadana pravca p_1 i p_2, postoji linija savijanja koja smješta točku *P* na pravac p_1 i okomita je na pravac p_2.

U svijet origamija, savijanje papira koje se zasniva na opisanim aksiomima slično je konstruiranju geometrijskih figura euklidske geometrije, koja se zasniva na pet grupa aksioma.

3.6. Oblikovanje origami figura

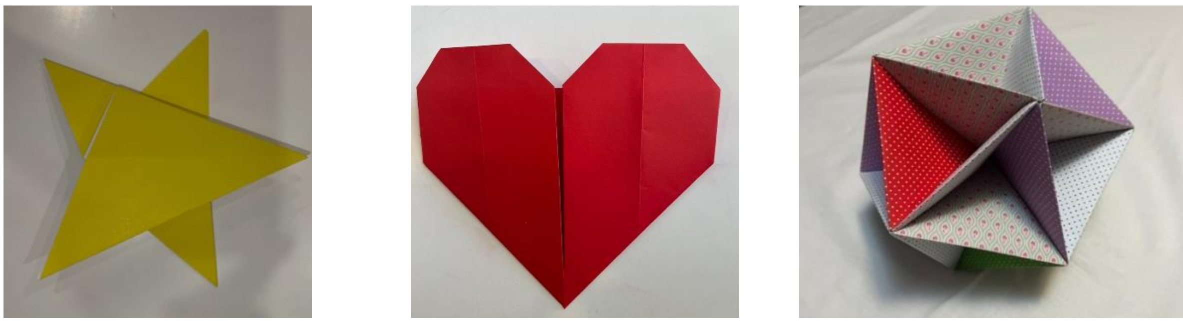
Jedna od prvih origami figura bio je *ždral* (Slika 21). Prema jednoj legendi, ždral je živio 1000 godina pa u japanskoj kulturi pokloniti ždral nekome znači poželjeti nekome tisuću godina dugog i sretnog života (Canovi, 2002).



Slika 21. Origami ždral

Izrada od 1000 ždralova veže se uz tužnu priču o djevojčici Sadako Sasaki koja je oboljela od leukemije nakon bacanja atomske bombe na Hiroshimu 1945. godine. U želji da ozdravi Sadako je na poticaj prijatelja počela izrađivati ždralove, ali kako je vidjela da neće uspjeti nastavila ih je izrađivati u znak postizanja svjetskog mira. Nažalost, umrla je nakon što je izradila 664 ždrala, ali ostatak su izradili njeni prijatelji te u spomen na nju osnovan je Dječji spomenik mira u Parku mira u Hiroshimi i sve do danas se 6. kolovoza obilježava Dan mira (Beech, 2005).

Savijanjem papira mogu se oblikovati razne vrste figura (Slika 22) i njima predstavljati različiti oblici, predmeti, životinje itd. Savijanje može biti sasvim jednostavno, ali i prilično složeno, a figure mogu služiti u različite svrhe.



(a) Origami zvijezda (b) Origami srce (c) Origami ikosaedar

Slika 22. Origami figure

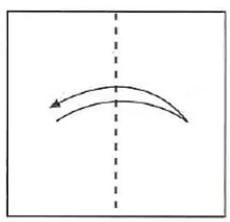
Origami figure mogu se oblikovati od jednog lista papira, ali i od više njih. Ukoliko se koristi samo jedan list papira za izradu odgovarajuće origami figure onda se ona naziva *tradicionalna origami figura* (Slika 22ab). Ukoliko se origami figura oblikuje tako da se prvo izgrade osnovne jedinice pa se one povežu u cjelinu, figura se naziva *modularna origami figura* (Slika 22c).

4. Platonova origami tijela

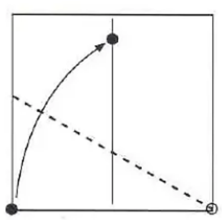
U ovom radu posebna pozornost pridaje se izradi Platonovih origami tijela. Izrada tetraedra, heksaedra i oktaedra prikazana su po koracima za tradicionalni i modularni način, a za ikosaedar i dodekaedar izrada se, zbog kompleksnosti, prikazuje samo za modularan način savijanja papira. Vizualni prikazi za opis po koracima preuzeti su iz knjige *Mathematical Origami: Geometrical shapes by paper folding* (David, 2020).

4.1. Origami tetraedar

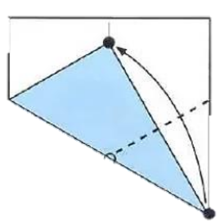
Za izradu *modularnog origami tetraedra* potrebna su dva kvadratna lista papira. Ako je papir u boji samo s jedne strane, savijanje započinje s bijelom stranom papira prema gore. Izrada modularnog origami tetraedra po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznakama i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 23).



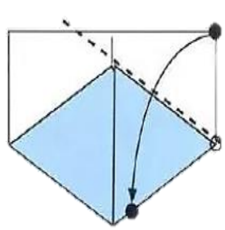
Papir se presavije s lijeva na desno tako da se vanjski rubovi preklope, po sredini se napravi nabor, a zatim se papir rasklopi. Time je napravljen središnji *udubljeni nabor* i papir je podijeljen na dva jednaka dijela.



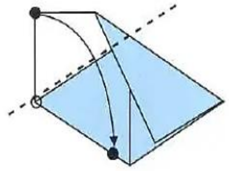
Donji lijevi dio papira savija se prema unutra tako da njegov vrh padne na središnji udubljeni nabor, a drugi nabor se stvara ukoso od donjeg desnog vrha.



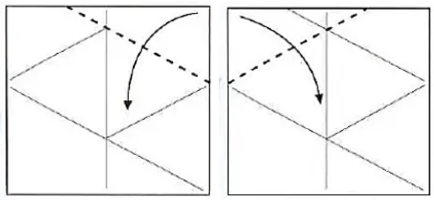
Donji desni dio papira savija se prema unutra tako dio kosog nabora pada duž središnjeg nabora, a njegov vrh pada na središnji udubljeni nabor u vrh prethodno savinutog dijela. Pri tome se stvara novi nabor ukoso, simetrično prvom kosom naboru.



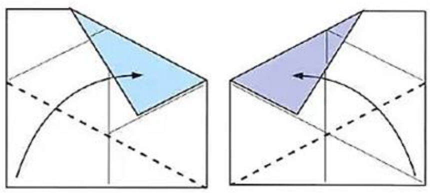
Gornji desni dio papira presavije se ukoso duž savinutog trokutastog dijela, a njegov vrh poravna se s vanjskim rubom papira.



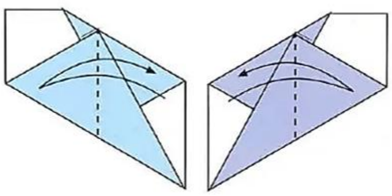
Gornji lijevi dio papira presavije se ukoso duž savinutog trokutastog dijela, a njegov vrh poravna se s vanjskim rubom papira, simetrično kao u prethodnom koraku.
Nakon savijanja sve se rasklopi.
Postupak se ponovi i s drugim listom papira.



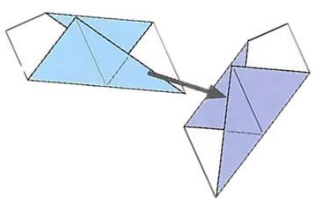
Dalje se savijaju oba lista papira duž postojeće linije nabora, redom.
Na prvom papiru savija se gornji desni dio, a na drugom papiru savija se gornji lijevi dio



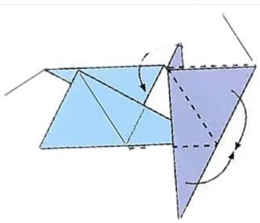
Prethodni korak se ponovi na oba papira, ali s nasuprotnim dijelom papira.



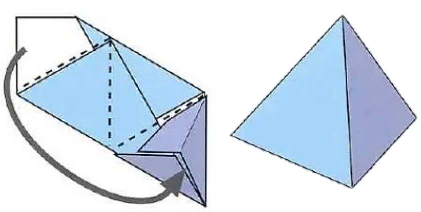
Papiri se dalje savijaju na pola duž središnjeg nabora prema unutra.
Nakon savijanja sve se rasklopi.



Trećina jednog papira umetne se u središnji dio drugog papira kako je prikazano na slici.



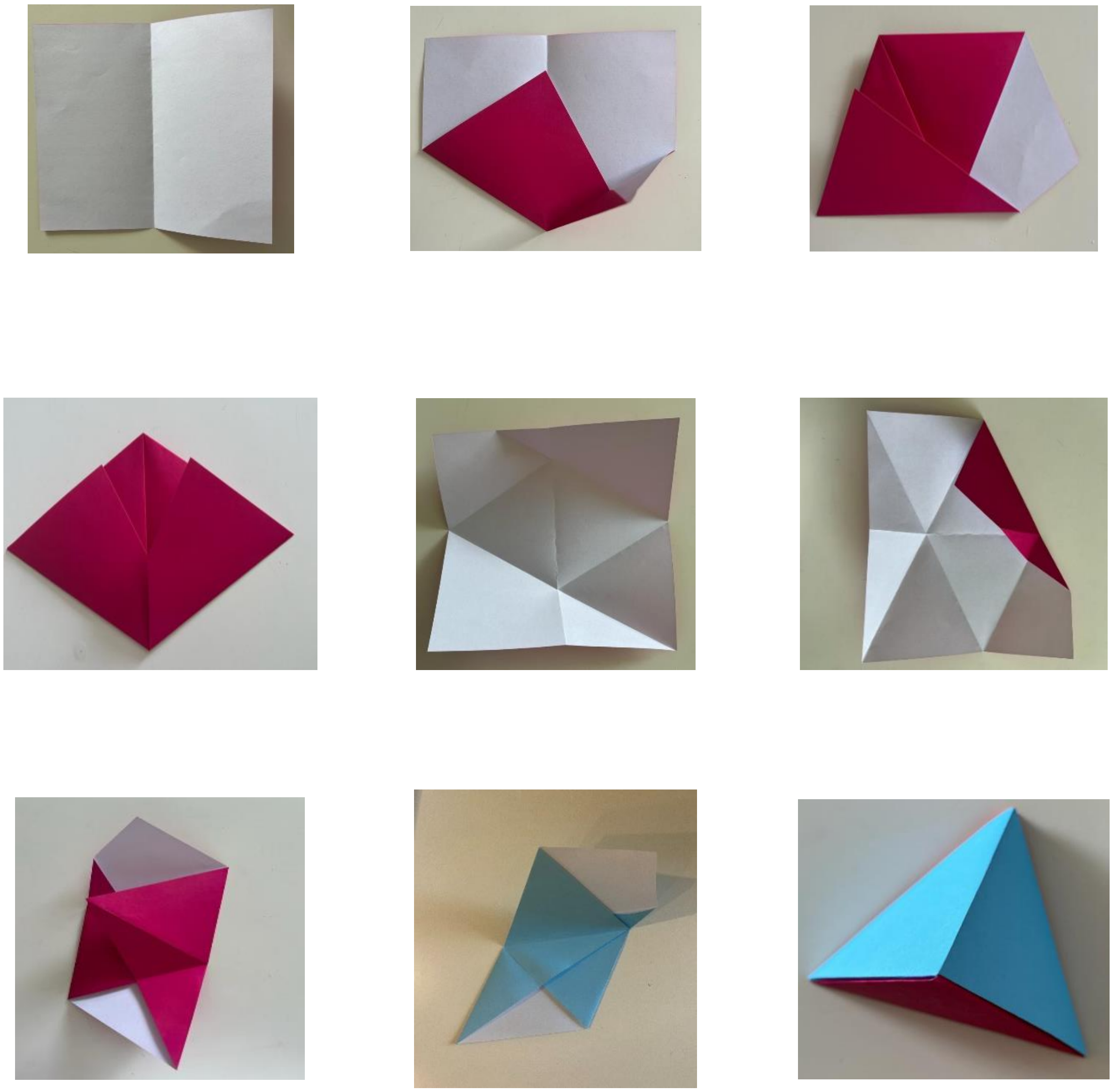
Tri linije pregiba se podignu u prostor kako bi se ostvario oblik piramide.



Preostale tri linije pregiba se podignu u prostor kako bi se dovršio oblik piramide i na kraju se zadnji dio umetne u džep.
Oblikovano tijelo je *modularni origami tetraedar*.

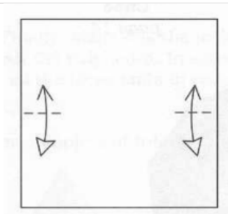
Slika 23. Vizualni prikaz i opis izrade *modularnog origami tetraedra* po koracima

Modularni origami tetraedar može se oblikovati od papira u istoj ali i različitim bojama. Primjer izrade modularnog origami tetraedra u dvije boje prikazano je na Slici 24.

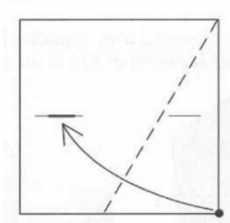


Slika 24. Izrada *modularnoga origami tetraedra*

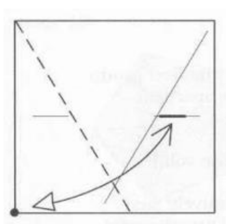
Tradicionalni origami tetraedar oblikuje se od jednog origami lista papira kvadratnog oblika. Ako je papir u boji samo s jedne strane, bijela strana papira položi se prema gore. Izrada tradicionalnog origami tetraedra po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznakama i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 25).



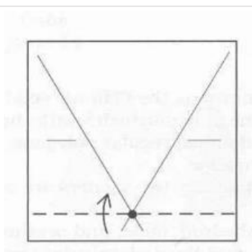
Papir se presavije na pola od gore prema dolje i rasklopi. Time je napravljen središnji *udubljeni nabor* i papir je podijeljen na dva jednaka dijela.



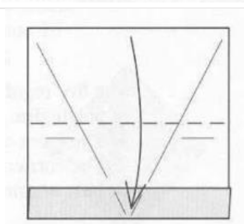
Donji desni dio papira savija se prema unutra tako da njegov vrh padne na središnji udubljeni nabor, a drugi nabor se stvara ukoso od gornjeg desnog vrha i nakon savijanja se rasklopi.



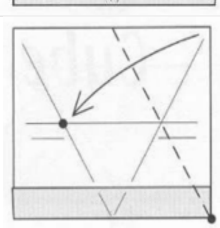
Prethodni korak se ponovi s donjim lijevim dijelom papira: vrh pada na unutarnji nabor, a novi nabor se stvara ukoso od gornjeg lijevog vrha i nakon savijanja se rasklopi.



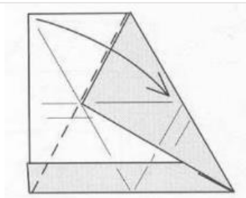
Donji dio papira savija se horizontalno kroz točku sjecišta prethodno napravljenih kosih nabora pa se kroz tu točku napravi novi nabor.



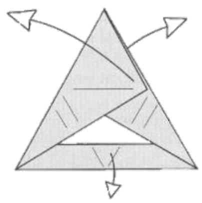
Gornji dio papira savija se prema dolje tako da se vanjski horizontalni rubovi preklope, napravi se novi nabor i rasklopi.



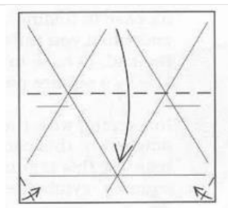
Gornji desni dio papira savija se prema unutra tako da njegov vrh padne u sjecište kosog i horizontalnog udubljenog nabora te se napravi se novi nabor ukoso od donjeg desnog vrha.



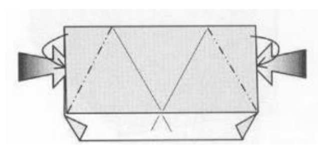
Gornji lijevi dio papira savije se prema unutra tako da se stvara novi nabor ukoso duž savinutog dijela do donjeg lijevog vrha, a vanjski gornji rub papira poravna se sa kosim naborom s desne strane.



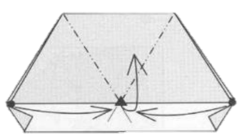
Nakon savijanja sve se rasklopi.



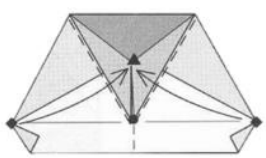
Papir se presavije duž postojećih nabora: lijevi i desni donji vrhovi papira ukoso, a gornji dio papira prema dolje preko prvog horizontalnog nabora.



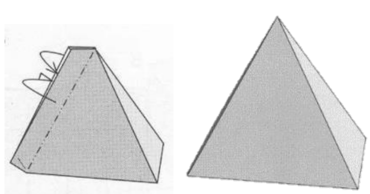
Krajnji kosi nabori se obrnu: udubljeni nabori postaju ispupčeni.



Unutarnji kosi nabori s gornje strane se obrnu u ispupčene nabore, a donje krajnje točke se preklope i sredini u prostoru. Time su formirane sve strane tetraedra.



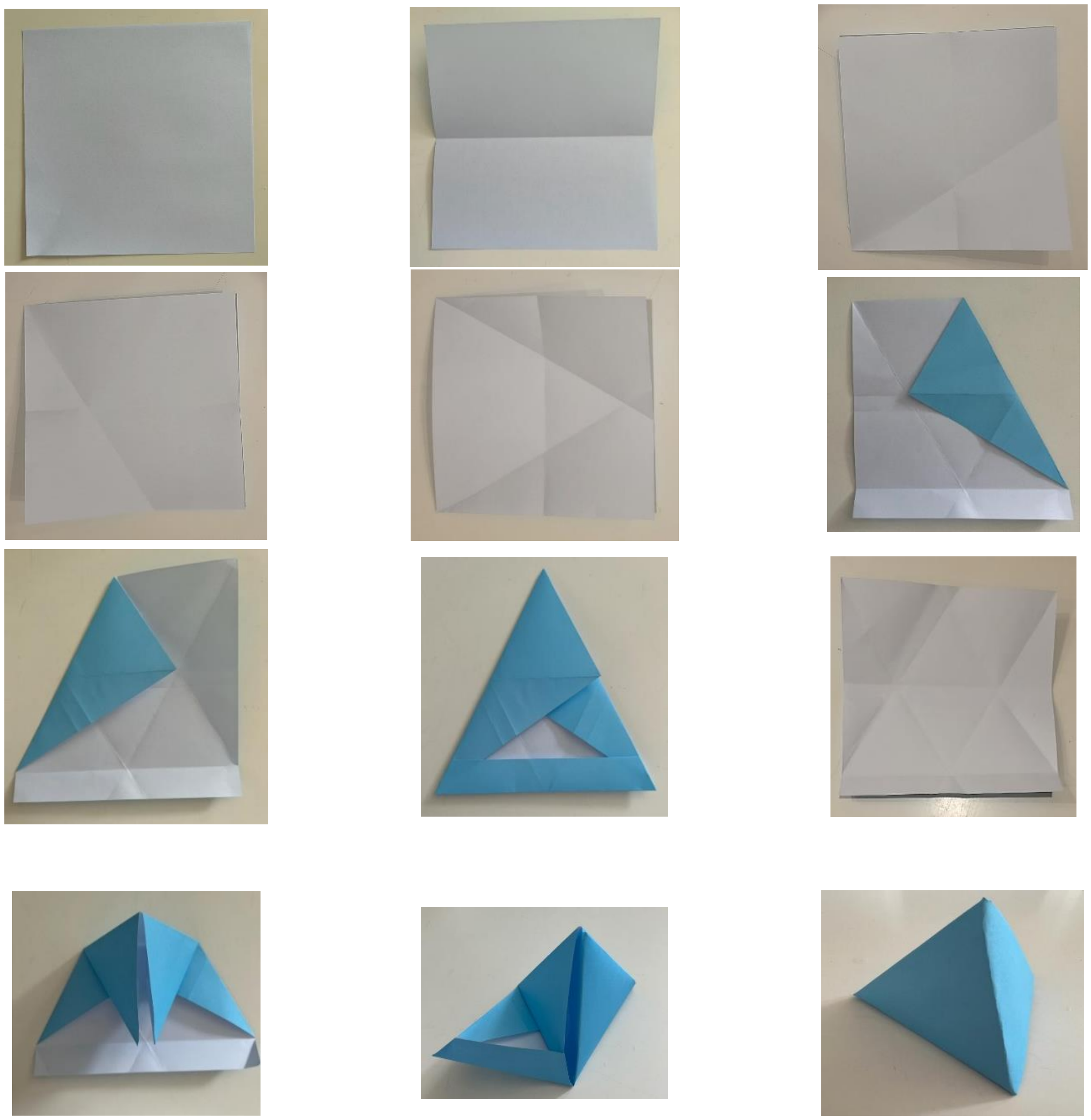
Preostali donji dijelovi papira s lijeve i s desne strane podignu se uz već formirane plohe tetraedra duž kosih nabora.



Vanjski preostali dijelovi koji su višak umetnu se prema unutra.
Oblikovano tijelo je *tradicionalni origami tetraedar*.

Slika 25. Vizualni prikaz i opis izrade *tradicionalnoga origami tetraedra* po koracima

Primjer izrade *tradicionalnog origami tetraedra* prikazan je na Slici 26.

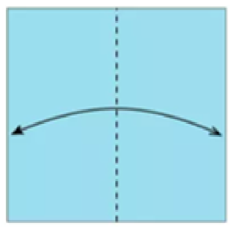


Slika 26. Izrada *tradicionalnog origami tetraedra*

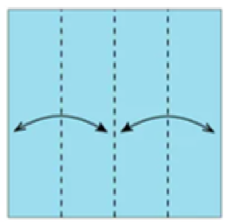
Kada se oblikuju modularni i tradicionalni origami tetraedri na opisani način od kvadratnog origami papira jednakih dimenzija može se učiti da su oni različitih volumena. Dalje bi se mogao istražiti odnos tih volumena.

4.2. Origami kocka

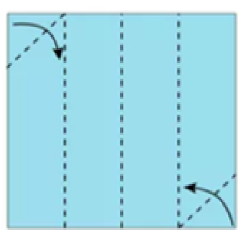
Za izradu *modularne origami kocke* potrebno je šest kvadratnih listova papira. Ako je papir u boji samo s jedne strane, savijanje započinje s bijelom stranom papira prema gore. Izrada modularne origami kocke po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznaka i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 27).



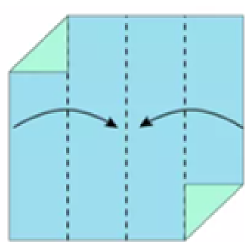
Papir se presavije s lijeva na desno tako da se vanjski rubovi preklope, po sredini se napravi nabor, a zatim se papir rasklopi. Time je napravljen središnji *udubljeni nabor* i papir je podijeljen na dva jednaka dijela.



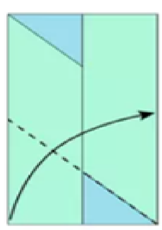
Na svakoj polovici papira vanjski rub se presavije do središnjeg nabora, naprave se nabori i sve se ponovno rasklopi. Time je papir podijeljen na 4 jednaka dijela.



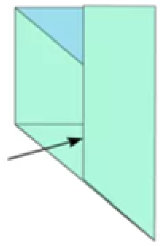
Gornji lijevi vrh i donji desni vrh presaviju se prema unutra do prvog udubljenog nabora i naprave se nabori ukoso.



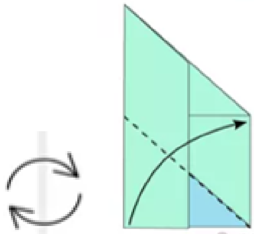
Vanjski rubovi papira s lijeva i s desna ponovno se preklope do središnjeg nabora.



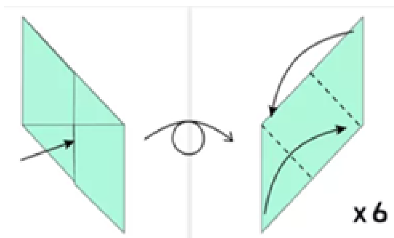
Donji lijevi dio papira presavije se ukoso duž savinutog trokutastog dijela, a njegov vrh poravna se s vanjskim rubom papira.



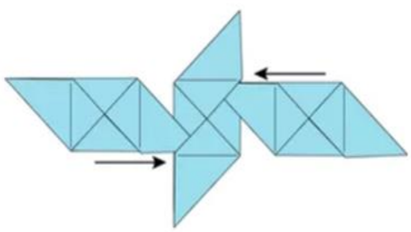
Savinuti dio iz prethodnoga koraka umetne se ispod savinutog desnog dijela papira.



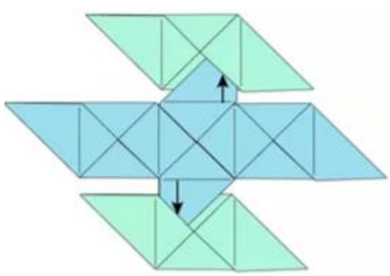
Papir se okrene (rotira) za 180° pa se donji lijevi dio papira savije i umetne kao u prethodna dva koraka.



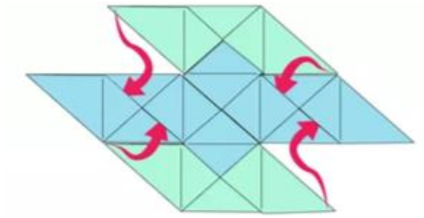
Model se preokrene na drugu stranu, s lijeva na desno. Vanjski dijelovi papira presaviju se u oblik trokuta tako da se njihovi vanjski rubovi preklope. Ovim je oblikovana *Sonobe* jedinica. Trokutasti dijelovi jedinica nazivaju se *klapne*, a središnji dijelovi unutar kojih se mogu umetnuti *klapne*, nazivaju se *džepovi* (džepići). Za daljnji rad potrebno je napraviti šest *Sonobe* jedinica.



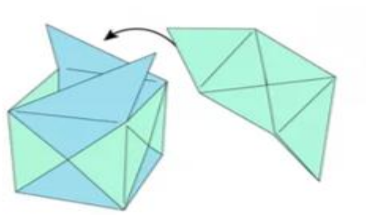
Sastavljanje origami kocke započinje s tri *Sonobe* jedinice: u dva džepića jedne jedinice umetnu se *klapne* drugih dviju jedinica.



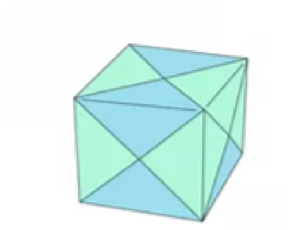
Klapne polazne jedinice umetnu se u džepove dviju novih jedinica.



Slobodne *klapne* umetnutih jedinica dalje se umetnu u dostupne džepove.



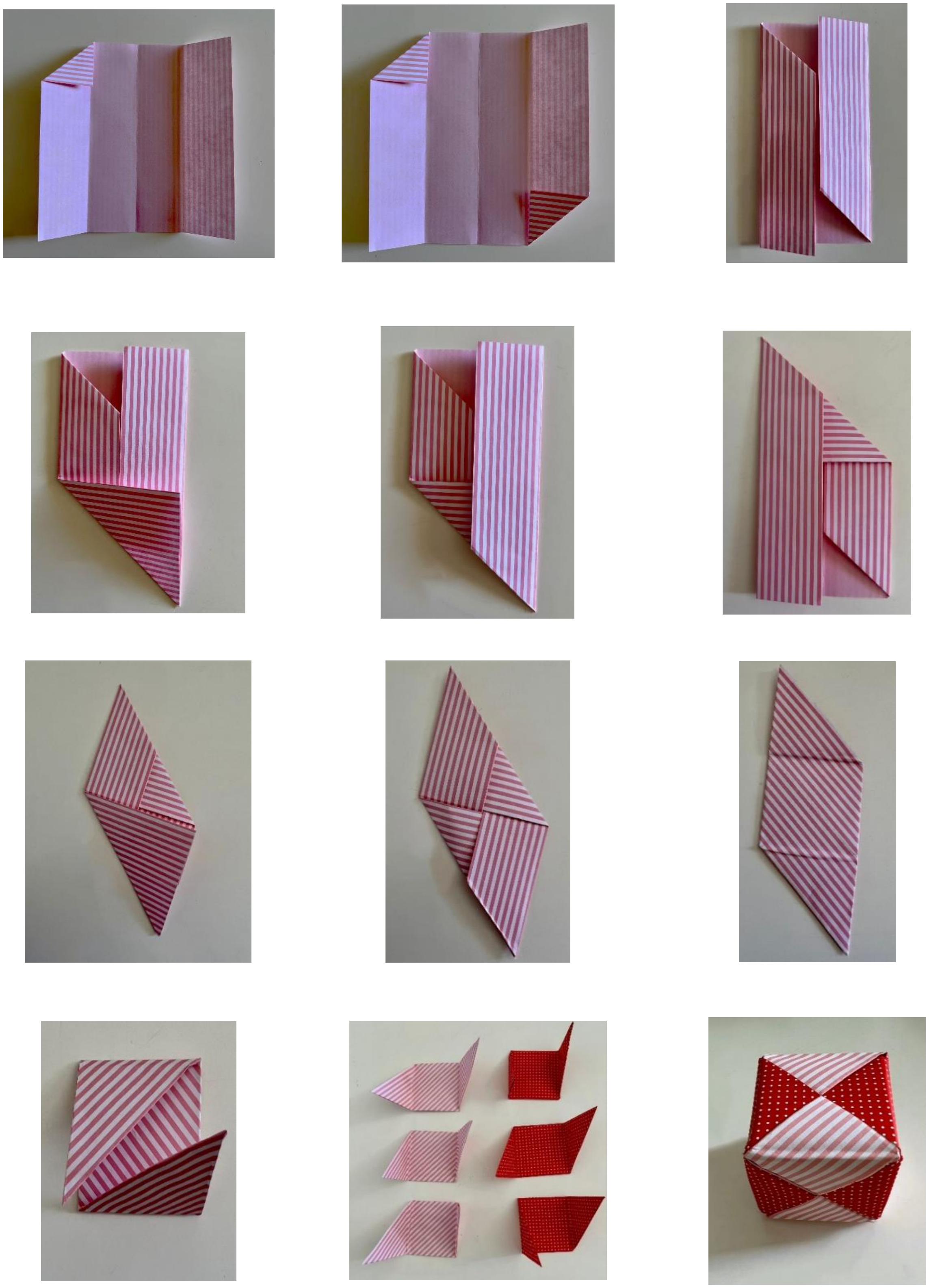
Na kraju se slobodne *klapne* umetnu u džepove posljednje jedinice, a njezine se *klapne* umetnu u unutarnje dostupne džepove već povezanih jedinica.



Oblikovano tijelo je *origami kocka*, odnosno *origami heksaedar*.

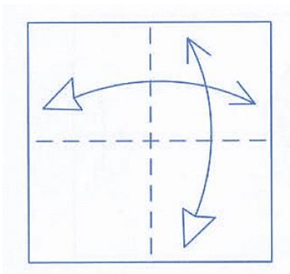
Slika 27. Vizualni prikaz i opis izrada *modularne origami kocke* po koracima

Pri izradi *modularne origami kocke* mogu se koristiti papiri u više boja, a onda pri završnom slaganju kombinirati boje na odgovarajući način. Primjer izrade modularne origami kocke u dvije boje i završno slaganje prikazano je na Slici 28.

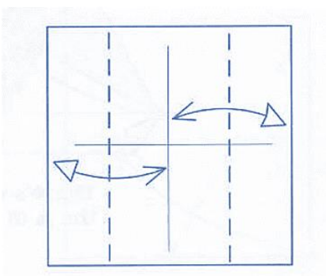


Slika 28. Izrada *modularne origami kocke* u dvije boje

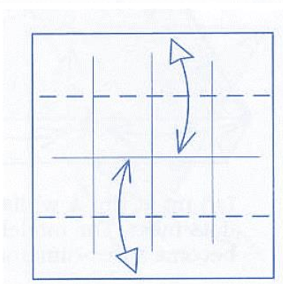
Tradicionalna origami kocka oblikuje se od jednog origami lista papira kvadratnog oblika. Ako je papir u boji samo s jedne strane, bijela strana papira položi se prema gore. Izrada tradicionalne origami kocke po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznakama i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 29).



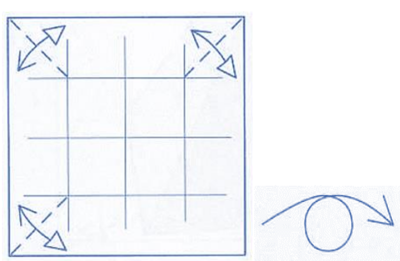
Papir se presavije na pola s lijeva na desno, napravi nabor po sredini i rasklopi. Zatim se ponovno presavije od gore prema dolje, napravi nabor i rasklopi. Time je papir podijeljen na 4 dijela.



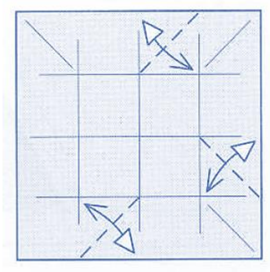
Na svakoj polovici papira vanjski rubovi s lijeva i s desna presaviju se do središnjeg nabora i rasklope. Time je papir podijeljen na 8 jednakih dijelova.



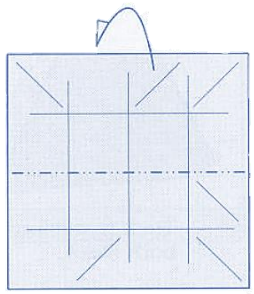
Na svakoj polovici papira vanjski rubovi od gore i od dolje presaviju se do središnjeg nabora i rasklope. Time je papir podijeljen na 16 jednakih dijelova.



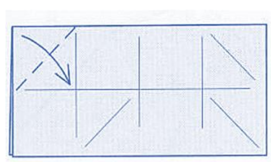
Istaknuti dijelovi kvadratnog oblika pri vrhovima papira presaviju se dijagonalno, naprave nabori i rastvore. Papir se zatim preokrene na drugu stranu.



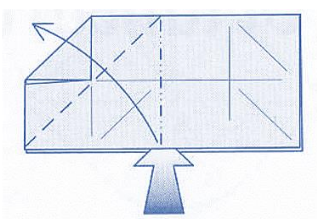
Istaknuti dijelovi kvadratnog oblika presaviju se dijagonalno, naprave nabori i rastvore.



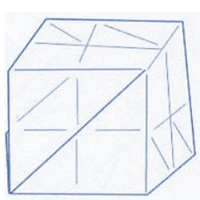
Papir se presavije na pola tako da se napravi ispupčeni nabor.



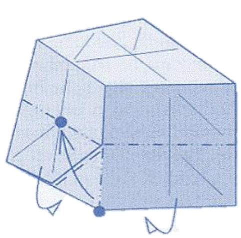
Gornji lijevi rub papira kvadratnog oblika presavije se dijagonalno tako da njegov vrh padne u sjecište prethodno napravljenih nabora i napravi se nabor ukoso.



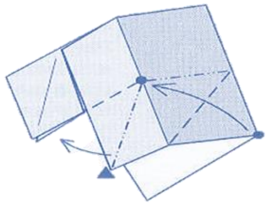
Lijeva polovica papira kvadratnog oblika presavije se dijagonalno kao u prethodnom koraku i napravi nabor. Rastvori se prema unutra u smjeru strelice.



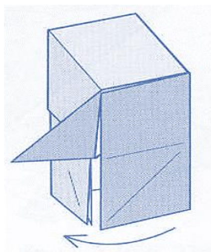
Pogled na unutrašnjost sa zadnjim dijagonalnim naborom s prednje strane.
Model se preokrene tako da se vidi izvana, a dio s nekoliko slojeva ostaje s lijeve strane.



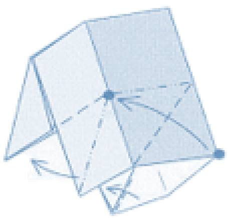
Kocka se postupno oblikuje savijanjem papira tako da se istaknute točke preklope, a donji dijelovi presaviju unutra u smjeru strelice.



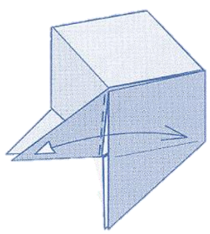
Savijanje papira se nastavlja tako da se istaknute točke preklope, a lijevo se savija ispupčeni nabor koji oblikuje *klapnu*.



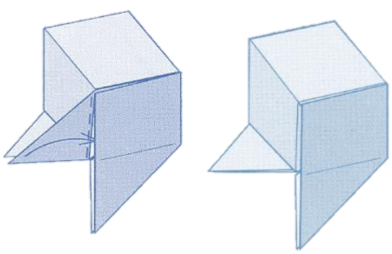
Model se zaokrene tako da *klapna* bude s lijeve strane kao na slici.



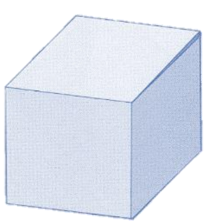
Ponove se prethodna dva koraka: preklapanje točaka i oblikovanje dviju novih *klapni*.



Prije samog uvlačenja *klapni*, pojedini dijelovi se mogu ponovno savinuti i rastvoriti kako bi se pojačao nabor radi jednostavnijeg uvlačenja.



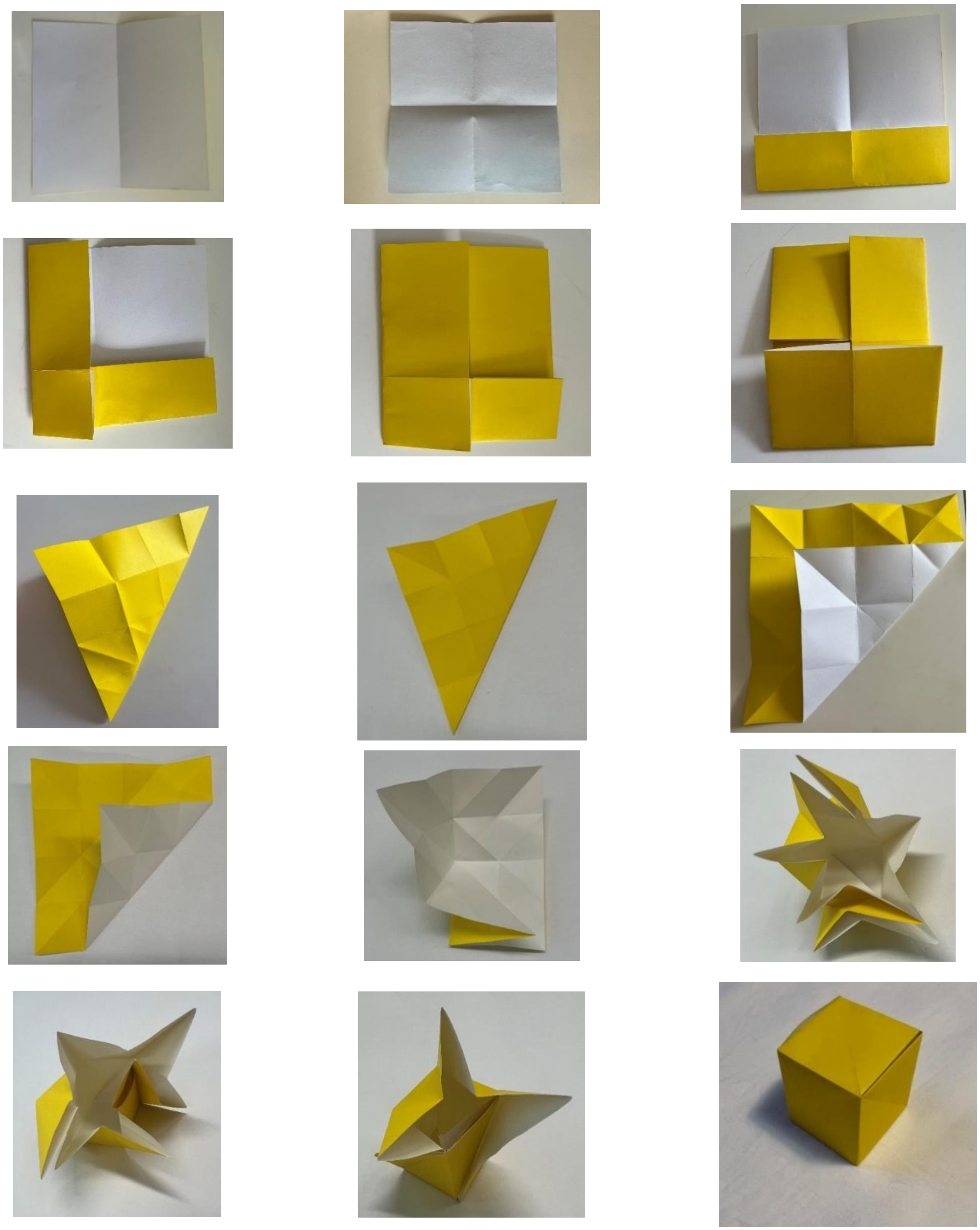
Umetne se prva *klapna* u odgovarajući džep.
Ponove se dva prethodna koraka kako bi se umetnule preostale klapne.



Oblikovano tijelo je *tradicionalna origami kocka*, odnosno *tradicionalni origami heksaedar*.

Slika 29. Vizualni prikaz i opis izrade *tradicionalne origami kocke* po koracima

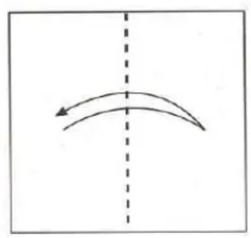
U oblikovanju *tradicionalne origami kocke* od papira korišten je drugi način savijanja papira što se prikazuje na Slici 30.



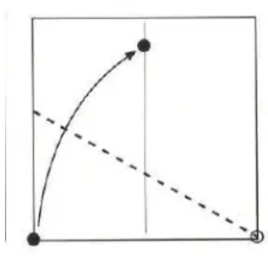
Slika 30. Izrada *tradicionalne origami kocke*

4.3. Origami oktaedar

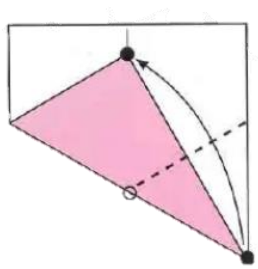
Za izradu *modularnog origami oktaedra* potrebna su 4 kvadratna lista papira. Ako je papir u boji samo s jedne strane, savijanje započinje s bijelom stranom papira prema gore. Izrada modularnog origami oktaedra po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznaka i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 31).



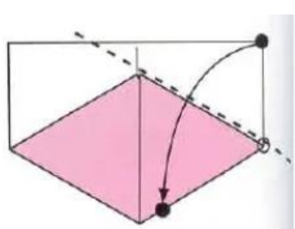
Papir se presavije s lijeva na desno tako da se vanjski rubovi preklope, po sredini se napravi nabor, a zatim se papir rasklopi. Time je napravljen središnji *udubljeni nabor* i papir je podijeljen na dva jednaka dijela.



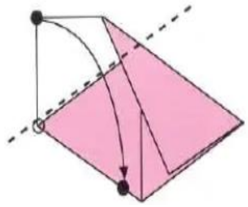
Donji lijevi dio papira savija se prema unutra tako da njegov vrh padne na središnji udubljeni nabor, a drugi nabor se stvara ukoso od donjeg desnog vrha.



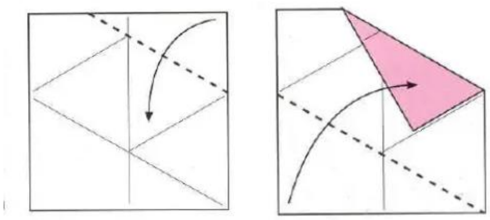
Donji desni dio papira savija se prema unutra tako dio kosog nabora pada duž središnjeg nabora, a njegov vrh pada na središnji udubljeni nabor u vrh prethodno savinutog dijela. Pri tome se stvara novi nabor ukoso, simetrično prvom kosom naboru.



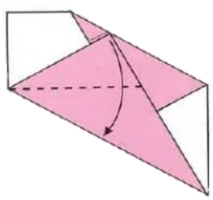
Gornji desni dio papira presavije se ukoso duž savinutog trokutastog dijela, a njegov vrh poravna se s vanjskim rubom papira.



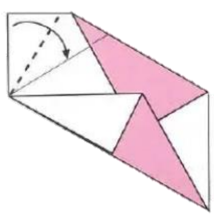
Gornji lijevi dio papira presavije se ukoso duž savinutog trokutastog dijela, a njegov vrh poravna se s vanjskim rubom papira, simetrično kao u prethodnom koraku. Time je papir savijen u obliku romba. Nakon savijanja sve se rasklopi.



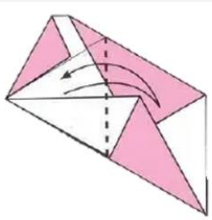
Papir se savija duž postojeće linije nabora: gornji desni dio pa donji lijevi dio papira i nabori se pojačaju.



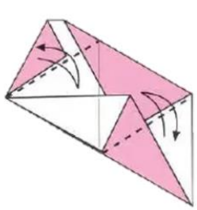
Gornji dio papira presavije prema dolje tako da se njegov rub preklopi s vanjskim naborom i napravi se novi nabor.



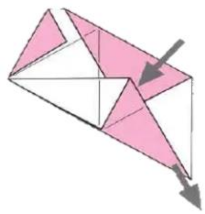
Lijevi dio papira savija se prema unutra tako da se njegov vanjski rub preklopi s prvim udubljenim naborom i napravi se novi nabor.



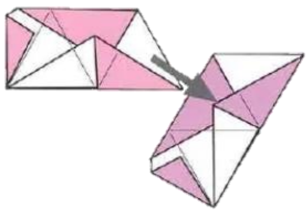
Papir se savije tako da se unutarnji dio papira u obliku romba (kojeg omeđuju unutarnji nabori s vanjskim rubovima papira) savije na pola duž kraće dijagonale. Napravi se nabor i rasklopi.



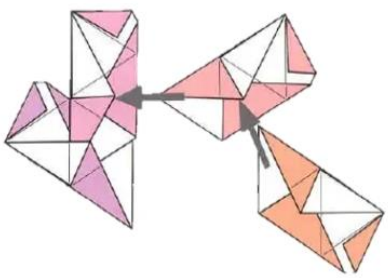
Desni dio papira savija se duž postojećeg nabora tako da se trokutasti dijelovi papira preklope, napravi se nabor i rasklopi.



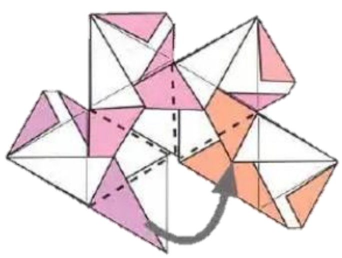
Prethodno opisanim savijanjem oblikovana je osnovna jedinica oktaedra. Potrebno je oblikovati četiri takve jedinice.



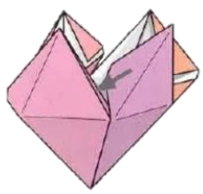
Slaganje započinje umetanjem jednog dijela jedince u drugu tako da se srednji trokutasti dijelovi preklope.



Umetanjem dijelova jedinice duž trokutastih dijelova povežu se sve četiri jedinice.



Prilikom umetanja zadnje jedinice duž trokutastog dijela prve jedinice, sve jedinice se trebaju podignuti u prostor tako da umetnuti dijelovi oblikuju polovicu oktaedra.

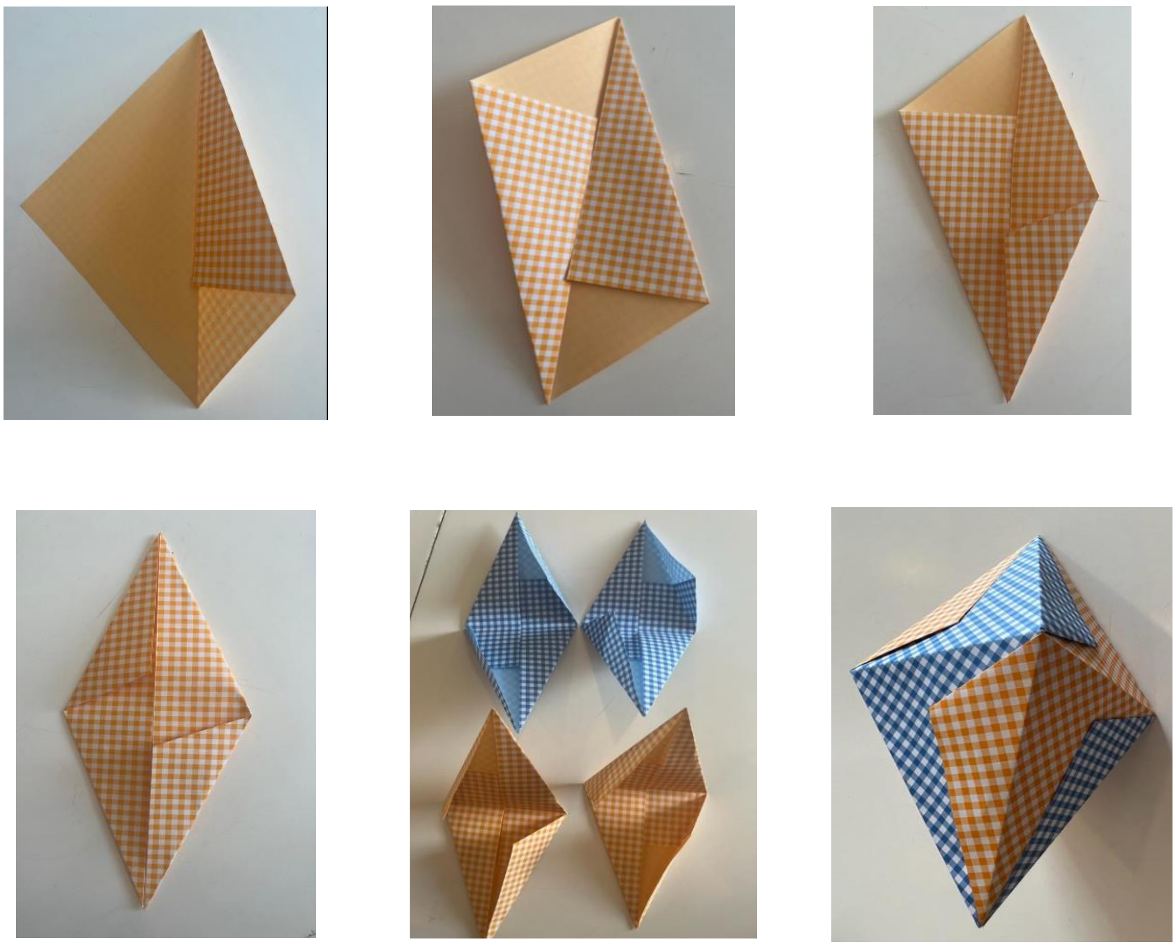


Preostaje povezati gornje dijelove papira tako da se manji trokutasti dijelovi umetnu u džepove na susjednim jedinicama.

Oblikovano tijelo je *modularni origami oktaedar*.

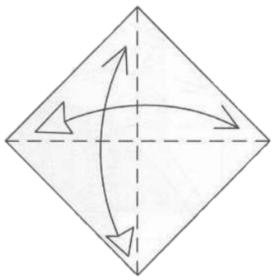
Slika 31. Vizualni prikaz i opis izrade modularnog origami oktaedra po koracima

Pri izradi *modularnog origami oktaedra* mogu se koristiti papiri u više boja, a onda pri završnom slaganju kombinirati boje na odgovarajući način. Primjer izrade modularnog origami oktaedra u dvije boje i završno slaganje prikazano je na Slici 32.

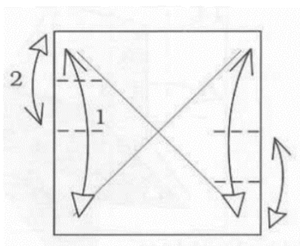


Slika 32. Izrada *modularnog origami oktaedra* u dvije boje

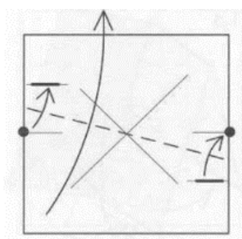
Tradicionalni origami oktaedar oblikuje se od jednog origami lista papira kvadratnog oblika. Ako je papir u boji samo s jedne strane, bijela strana papira položi se prema gore. Izrada tradicionalnog origami oktaedra po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznakama i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slici 33).



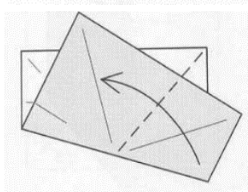
Papir se presavije dijagonalno na pola, duž obje dijagonale, napravi se nabor i rasklopi.
Time je papir podijeljen na četiri jednaka dijela.



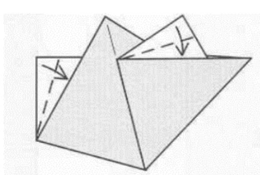
Papir se ponovno savija napola tako da se vanjski rubovi stranica preklope, a novi nabor se radi samo do četvrtine lista s obje strane.
Polovine papira još se jednom saviju napola tako da se vanjski rub stranice preklopi s unutarnjim naborom, a novi nabor do četvrtine lista radi se na gornjoj polovici s lijeva, a na donjoj polovici s desna.



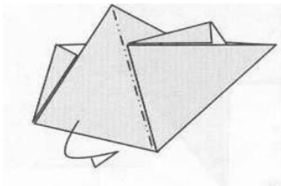
Papir se savija kroz sjecište dijagonalnih nabora tako da polovišta stranica papira iz prethodnog koraka padnu na zarezane nabore s lijeva gore i s desna dolje. Napravi se novi nabor kroz središte.



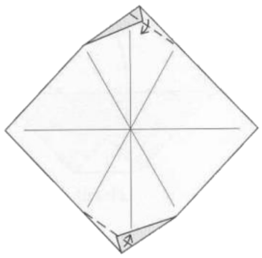
Donji desni dio papira savija se prema unutra duž dijagonalnog nabora tako da se vanjski rub preklopi se drugim dijagonalnim naborom.



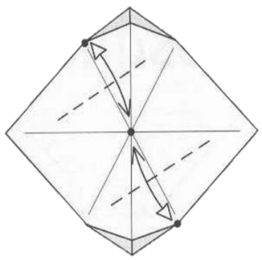
Manji trokutasti dijelovi papira s obje strane saviju se na pola tako da se njihov vanjski rub položi duž ruba savinutog dijela.



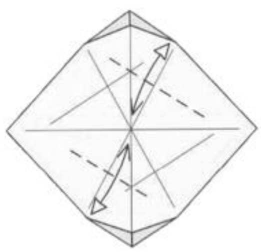
Papir se dalje presavije duž ispupčenog nabora na drugu stranu. Nakon savijanja sve se rastvori.



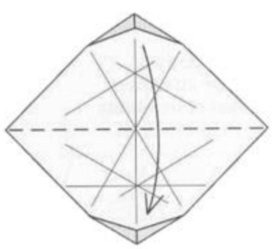
Vrhovi se savinu simetrično prema već savinutim vrhovima.



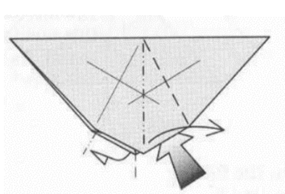
Papir se savija s obje strane tako da krajnje točke nabora kroz središte padnu u točku središta papira, a novi nabor se napravi samo četvrtinu duljine od središta, na obje strane. Nakon savijanja sve se rasklopi.



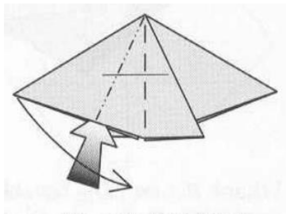
Prethodni postupak se ponovi s krajnjim točkama drugog nabora kroz središte papira i rasklopi.



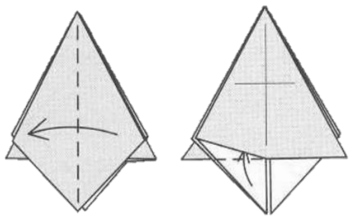
Papir se savije na pola duž dijagonalnog nabor, na kojem krajevi lista papira nisu savinuti.



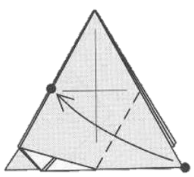
Papir se savija od središnjeg ispupčenog nabora nadesno duž udubljenog nabora.
Isti postupak se provede i sa druge strane.



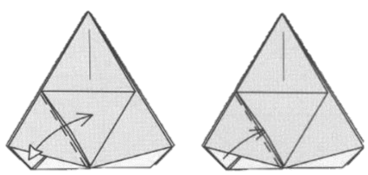
Vanjski rub s lijeve strane uvuče se unutra duž ispupčenog nabora, a novi ispupčeni nabor radi se duž vanjskog ruba na lijevoj strani.
Isti postupak se provede i sa druge strane.



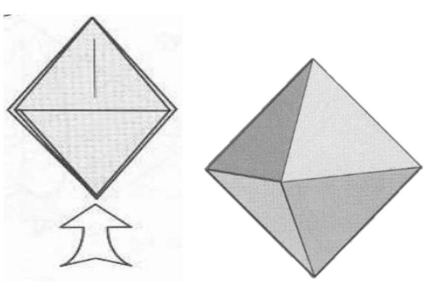
Savijeni papir se preokrene na drugu stranu, a zatim se dijelovi papira, koji su preostali izvan gornjeg trokutastog oblika, saviju prema unutra tako da se vanjski rubovi poravnaju.



Desni dio papira presavije se u oblik trokuta tako da vrh desnog dijela padne na lijevi rub.



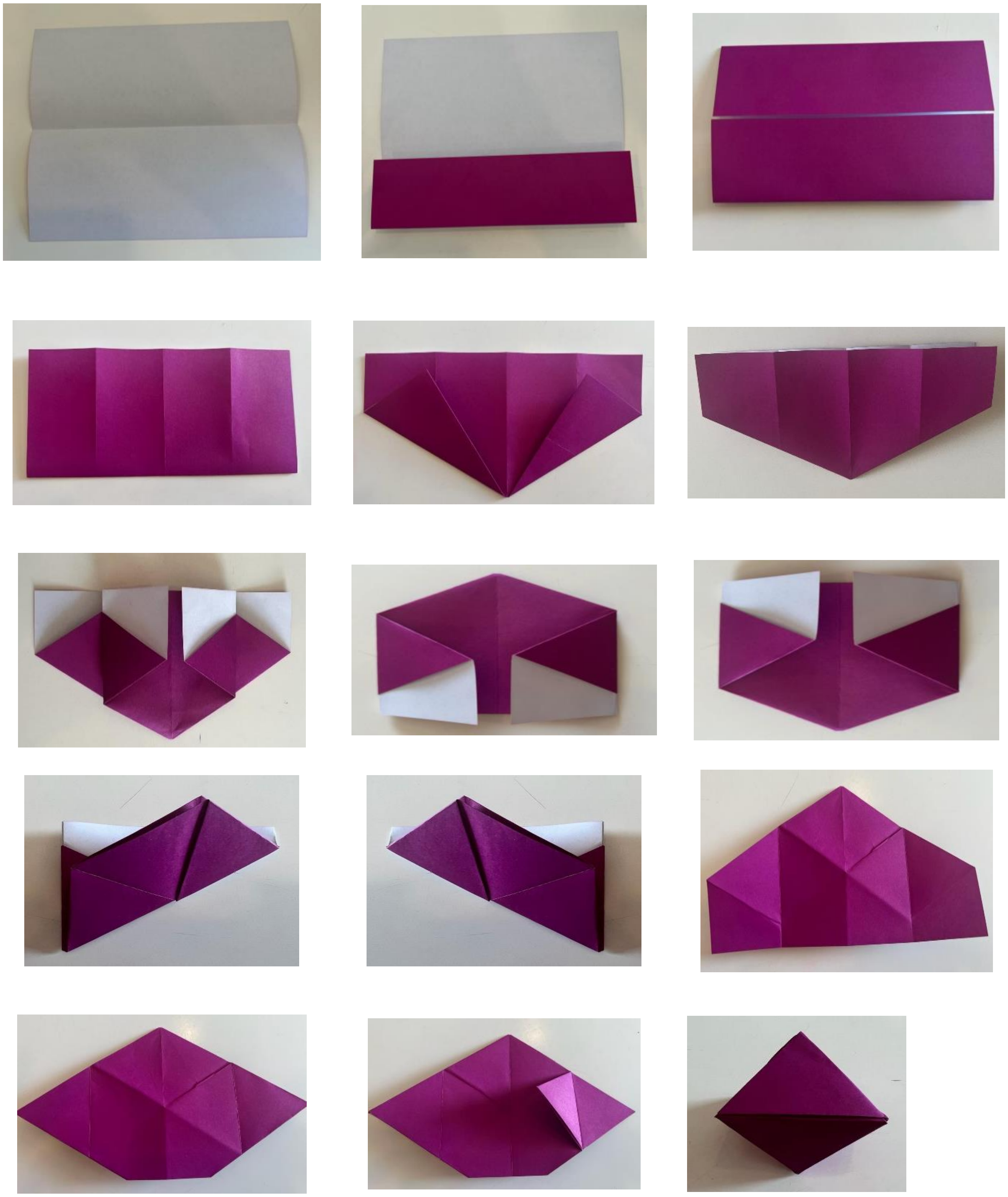
Duž stranice novog trokuta presavije se lijevi dio papira, a zatim se taj dio uvuče u odgovarajući džep malog trokutastog dijela.



Prethodnim savijanjem oblikovan je željeni model, ali ga je još potrebno rastvoriti do 3D oblika.

Slika 33. Vizualni prikaz i opis izrade *tradicionalnog origami oktaedra* po koracima

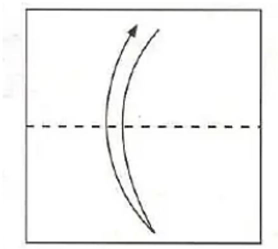
U oblikovanju tradicionalnog origami oktaedra od papira korišten je drugi način savijanja papira što se prikazuje na Slici 34.



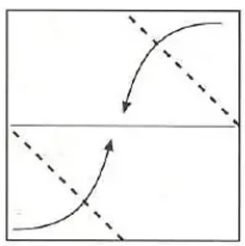
Slika 34. Izrada *tradicionalnog origami oktaedra*

4.4. Origami ikosaedar

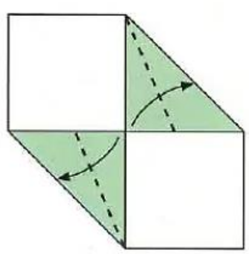
Za izradu *modularnog origami ikosaedra* potrebno je 30 kvadratnih listova papira. Ako je papir u boji samo s jedne strane, savijanje započinje s bijelom stranom papira prema gore. Izrada modularnog origami ikosaedra po koracima daje se u nastavku kroz vizualni prikaz s origami oznaka i odgovarajućim opisom svakog koraka (Slika 35).



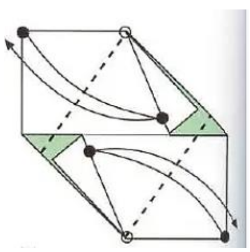
Papir se presavije od dolje prema gore tako da se vanjski rubovi preklope, po sredini se napravi nabor, a zatim se papir rasklopi. Time je napravljen središnji *udubljeni nabor* i papir je podijeljen na dva jednaka dijela.



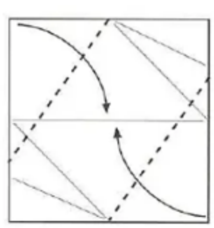
Donji lijevi dio i gornji desni dio savija se prema unutra tako da se vanjski rub papira preklopi s polovicom središnjeg nabora sa svake strane i naprave se novi nabori ukoso.



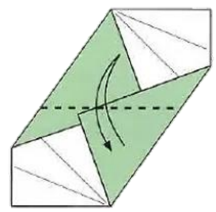
Savinuti dijelovi papira trokutastoga oblika ponovno se savijaju prema vani tako da se njihov vanjski rub preklopi s vanjskim rubom papira duž kosog nabora. Stvara se novi nabor od sredine papira gore i dolje.



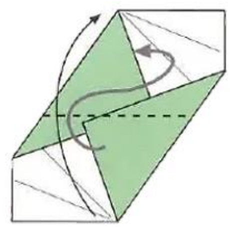
Gornji lijevi i donji desni dio papira savija se prema unutra tako da se vanjski rub papira položi duž kosih nabor iz prethodnog koraka.
Nakon savijanja sve se rasklopi.



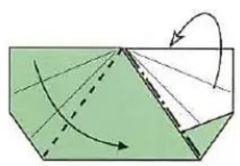
Gornji lijevi i donji desni dio papira presaviju se prema unutra duž prvih udubljenih nabora i nabori se pojačaju.



Papir se savine tako da se nasuprotni vrhovi savinutog dijela preklope, naravi se novi nabor sredinom papira i rasklopi.

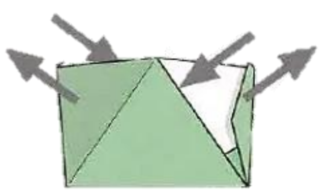


Papir se ponovno savija duž nabora iz prethodnog koraka, pri čemu se savinuti dio s desne strane umetne ispod savinutog dijela s lijeve strane.

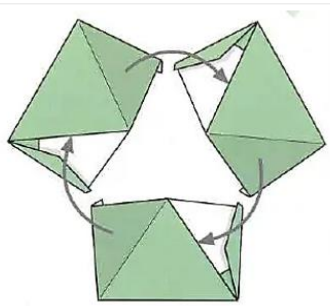


Vanjski dijelovi papira savijaju se duž nabora koji čine središnji trokutasti oblik: lijevi dio se savija prema naprijed, a desni prema natrag.

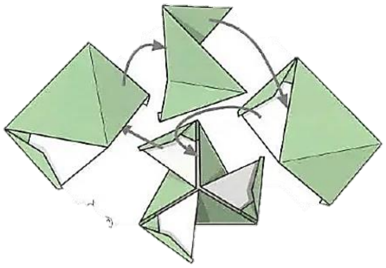
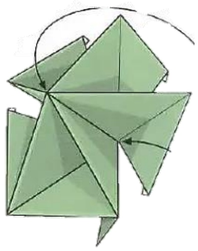
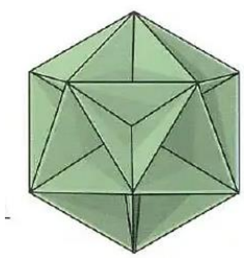
Dio papira koji prelazi vanjske rubove oblikovanog trokutastog dijela presaviju se prema gore, u smjeru vrha trokutastog dijela, s obje strane.



Prethodno opisanim savijanjem oblikovana je osnovna jedinica ikosaedra. Potrebno je oblikovati trideset takvih jedinica.

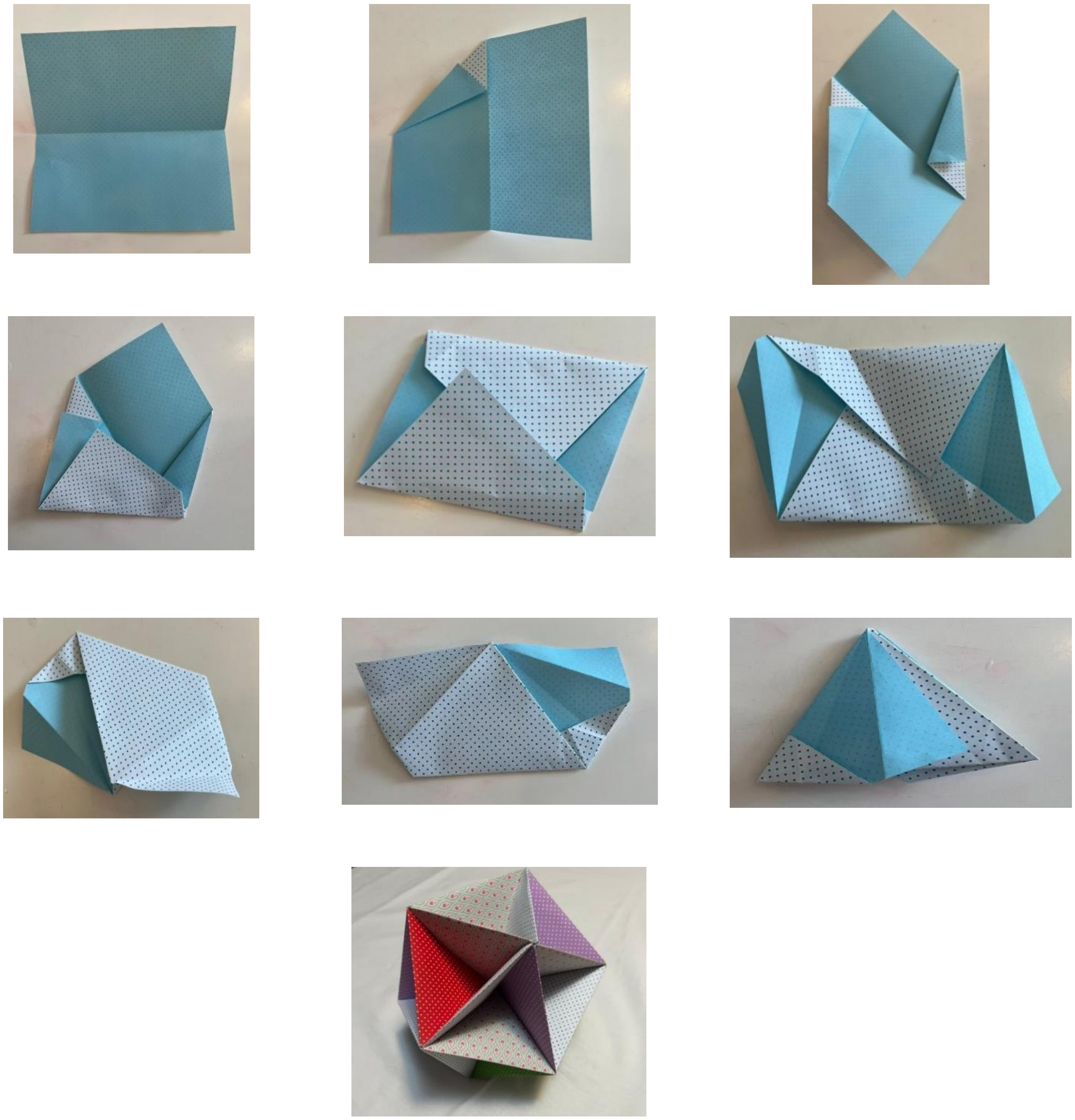


Prvo se povežu tri jedinice tako da se vanjski dijelovi papira umetnu u odgovarajuće džepove i tako oblikuje jedan vrh ikosaedra, koji se zatim preokrene.

	Dodaju se tri nove jedinice te se jedna po jedna povezuju umetanjem vanjskih dijelova u odgovarajuće džepove: prva se poveže s jednom jedinicom vrha oktaedra napravljenog u prethodnom koraku, zatim se nove tri jedinice poveže međusobno i zadnja se poveže s polaznom jedinicom vrha oktaedra.
	Postupak se nastavlja na opisani način dok se sve jedinice ne povežu u jednu cjelinu.
	Oblikovano tijelo je *modularni origami ikosaedar.*

Slika 35. Vizualni prikaz i opis izrade *modularnog origami ikosaedra* po koracima

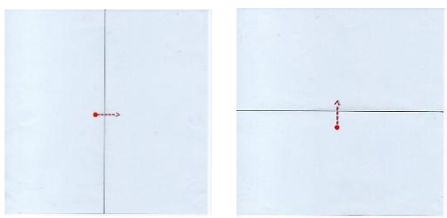
Pri izradi *modularnog origami ikosaedra* mogu se koristiti papiri u više boja, a onda pri završnom slaganju kombinirati boje na odgovarajući način. Primjer izrade modularnog origami ikosaedra u više boja i završno slaganje prikazano je na Slici 36.



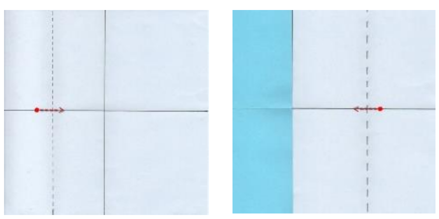
Slika 36. Izrada *modularnog origami ikosaedra* u više boja

4.5. Origami dodekaedar

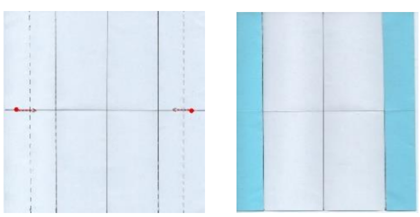
S obzirom na kompleksnost modela dodekaedra, u ovom dijelu prikazat će se izrada samo *modularnog origami tetraedra*. Za izradu origami dodekaedra potrebno je 12 papira kvadratnog oblika. Od svakog kvadratnog papira napravi se osnovna jedinica u obliku peterokuta, a na kraju se sve jedinice međusobno povežu u origami dodekaedar (Slika 37). Vizualni prikazi preuzeti su iz seminarskog rada, a opis je usklađen s terminologijom ovog rada (Vukić, 2018).



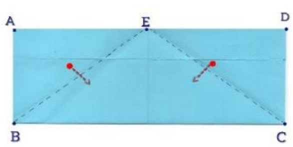
Papir se presavije s lijeva na desno i od gore prema dolje tako da se vanjski rubovi preklope, po sredini se napravi nabor, a zatim se papir rasklopi.



Na svakoj polovici papira vanjski rub se presavije do središnjeg nabora, naprave se novi nabori i sve se ponovno rasklopi.



Lijeva i desna strana papira ponovno se savijaju tako da se vanjski rubovi preklope s prvim naborom i naprave se novi nabori.



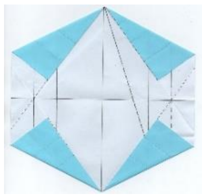
Papir se savije na pola i postavi horizontalno tako da je dio koji se može rastvoriti okrenut prema gore.

Gornji lijevi dio papira savija se preko linije od donjeg lijevog vrha (B) do polovišta gornje stranice (E) i napravi se nabor. Postupak se ponovi simetrično s gornjim desnim dijelom papira.

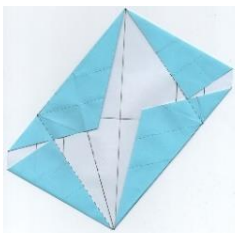
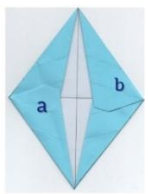
Papir se okrene na drugu stranu i ponovi se postupak.


Slojevi papira se rastvore u oblik romba i papir se preokrene na drugu stranu.

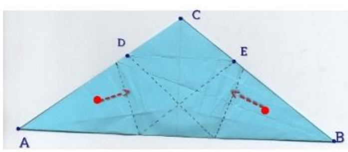
Desna strana papira savija se tako da se vanjski rub preklopi s duljom dijagonalom romba, napravi se nabor i ponovno rasklopi.

Papir se u potpunosti rasklopi, a zatim se savijaju vrhovi papira tako da se vanjski rub papira položi duž nabora koji čini stranicu romba. Naprave se novi nabori.

Svi savinuti vrhovi iz prethodnog koraka ponovno se saviju duž nabora koji čini stranicu romba. Naprave se novi nabori.



Papir se preklopi u oblik trokuta i preokrene tako da se vide nabori od prethodnog savijanja.


Papir se dalje savija tako da se vrh trokuta u točki A preklopi s točkom E, a vrh trokuta u točki B se preklopi točkom D.
Dobiveni lik je model peterokuta i to je *osnovna jedinica* dodekaedra. Potrebno je napraviti još jedanaest takvih jedinica.

Prvo se povežu četiri osnovne jedinice.

Najprije se postave u položaj za slaganje: dvije jedinice (1 i 2) s vrhovima prema gore i dolje, a dvije jedinice (3 i 4) s vrhovima prema unutra. Zatim se *klapne* gornjih i donjih jedinica umetnu u džepove lijevih i desnih jedinica.

Na gornje jedinice (3 i 4) doda se po jedna nova jedinica (5 i 6) tako da se njihove *klapne* umetnu u odgovarajuće džepove.

Iznad se dodaje nova jedinica s vrhom prema dolje (7) tako da se u njezine džepove umetnu *klapne* prethodnih dviju jedinica (5 i 6).

Dvije nove jedinice (8 i 9) dodaju se tako da njihove *klapne* umetnu u džepove jedinica 5 i 6, a *klapne* jedinice 7 se umetnu u džepove upravo dodanih novih jedinica (8 i 9).

Dodaje se nova jedinica (10) tako da se u njezin džep umetnu *klapne* od jedinica 3 i 8, a jedna njezina *klapna* umetne se u džep jedinice 2.

Analogno se doda još jedna nova jedinica (11) tako da se u njezin džep umetnu *klapne* od jedinica 4 i 9, a jedna njezina *klapna* umetne se u džep jedinice 2.

Konačno se doda i zadnja jedinica (12) tako da se njezin džep umetnu preostale klapne jedinica 10 i 11, a njegove klapne se umetnu preostale džepove od 8 i 9. Oblikovano tijelo je *modularni origami dodekaedar.*

Slika 37. Vizualni prikaz i opis izrada *modularnog origami dodekaedra* po koracima

5. Primjena origamija u obrazovanju

Origami se može koristiti kao didaktičko sredstvo u nastavi matematike u različite svrhe. Na samom početku, pri prvom upoznavanju s osnovnim elementima savijanja papira kroz slaganje jednostavnijih origami figura, učenici postupno razvijaju spretnost i preciznost savijanja. Prelaskom na slaganje složenijih figura uče slijediti niz koraka, a radi pamćenja određenih koraka treniraju koncentraciju, strpljivosti i ustrajnost. Nakon nekog vremena i malo više vještine, učenici se postupne upuste u potragu za vlastitim rješenjima i idejama pa se time osigurava i okruženje za razvoj dječje kreativnosti (Juričić Devčić, 2011).

Savijanjem papira u cilju stvaranja određenih figura razvijaju se razne vizualno-prostorne sposobnosti: zamišljanje, rotiranje, transformacija, pamćenje, prisjećanje itd. U procesi savijanja potrebno je učiti čitati odgovarajuće vizualne prikaze i na temelju njih oblikovati origami figuru čime se dodatno razvija vještina vizualizacije. Kako se pri savijanju papira trebaju usklađivati misaone aktivnosti s praktičnim aktivnostima radi stvaranja odgovarajuće figure, razvija se motorika ruku i istodobno razmišlja o potrebnim svojstvima. Na taj način se kroz vizualizaciju i taktilne aktivnosti mogu usvajati apstraktni matematički pojmovi s većim razumijevanjem (Pavlović, 2014).

Kada učenici koriste neko didaktičko sredstvo više se uključuju u aktivnosti jer razvijaju osjećaj da sami nešto stvaraju i da sami kontroliraju proces u kojem sudjeluju. U takvom okruženju jednostavnije se upuštaju u opisivanje onoga što rade i rado razmjenjuju svoje ideje s drugima. Zbog toga i ova japanska metoda savijanja papira može osigurati prikladno okruženje unutar kojeg će učenici razvijati svoje vizualno-prostorne sposobnosti, a kroz obrazlaganje svojih ideja i rješenja mogu usavršavati i svoj matematički jezik izražavanja.

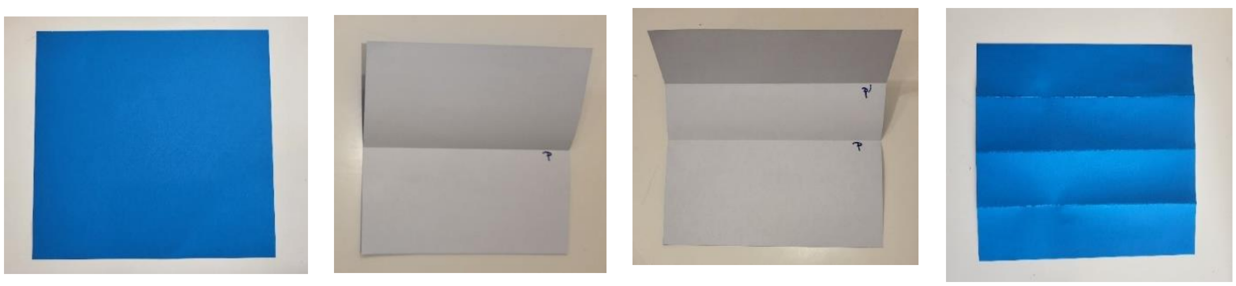
Upravo zbog različitih mogućnosti koje origami pruža, različite metode savijanja papira mogu se koristiti na svim razinama matematičkog obrazovanja: od primarnog obrazovanja i školske nastave matematike pa sve do sveučilišne razine.

Prirodno okruženje za primjenu origamija je zasigurno nastava geometrije, kao što je prikazano u ovom radu, ali origami se može primjenjivati i u drugim područjima matematike, što prije svega ovisi o znanjima, vještinama i motivaciji nastavnika.

U primarnom obrazovanu, origami se može koristiti u nastavi matematike kada se crtaju i konstruiraju paralelni i okomiti pravci, kada je potrebno dijeljenje na jednake dijelove, pri oblikovanju raznih vrsta trokuta, četverokuta itd.

Primjer 1. *Savijanjem papira prikaži dva paralelna pravca, p i p'.*

U radu s učenicima korisno je koristiti origami papir koji je s jedne strane bijel, a s druge strane u boji (Slika 39) jer se na bijelom dijelu mogu posebno isticati i označavati linije savijanja u svrhu matematičke obrade (Slika 39bc).



(a) (b) (c) (d)

Slika 39. Predstavljanje paralelnih pravaca

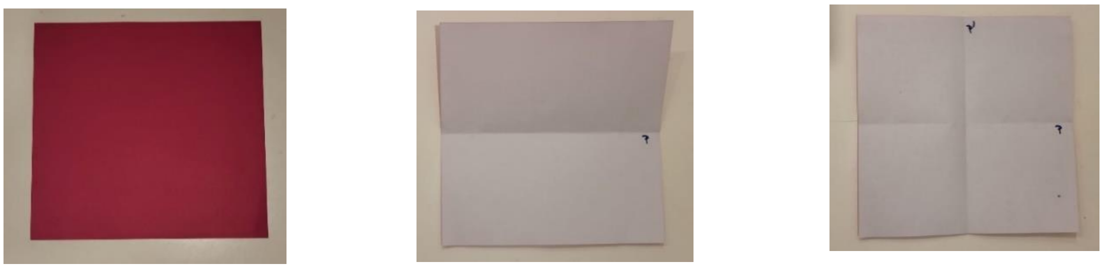
Savijanjem papira na pola poravnavanjem vanjskih stranica papira i stvaranjem nabora dobiva se linija savijanja koja može predstavljati pravac *p*. Ponovnim savijanjem jedne polovice papira na pola poravnavanjem vanjskog ruba papira s prvom linijom savijanja i stvaranjem novog nabora dobiva se druga linija savijanja koja može predstavljati pravac *p*'. Pravac *p*' paralelan je pravcu *p*, tj. $p' \parallel p$ (Slika 39c).

Savijanjem drugog dijela papira analogno kao u prethodnom koraku dobiva se treća linija savijanja koja može predstavljati pravac *p*''. Pravac *p*'' paralelan je s pravcem *p*, tj. $p'' \parallel p$. Kako u pravci *p*' i *p*'' paralelni s istim pravcem može se zaključiti da su i oni međusobno paralelni, $p' \parallel p''$ (svojstvo tranzitivnosti, Slika 39c).

Ova aktivnost može se iskoristiti i za dijeljenje na jednake dijelove. Naime, prvom linijom savijanja papir je podijeljen na dva jednaka dijela, a drugim dvjema linijama savijanja na četiri jednaka dijela. Postupak se može nastaviti na analogan način, a može se kombinirati i s drugim načinima dijeljenja.

Primjer 2. *Savijanjem papira prikaži pravac p i njemu okomit pravac p'.*

Savijanje može započeti kao u prethodnom primjeru za dobivanje prve linije savijanja i pravca *p* (Slika 40c). Zatim se papir savija na pola, ali korištenjem drugih dviju stranica papira koje se dovode do preklapanja, čime se dobiva druga linija savijanja i pravac *p*'. (Slika 40c).



(a) (b) (c)

Slika 40. Predstavljanje okomitih pravaca

Pravci predstavljeni na ovaj način podijelili su papir na četiri jednaka dijela, svaki dio se može promatrati kao pravi kut pa su pravci *p* i *p*' okomiti, tj. $p \perp p'$. Savijanje se može vršiti i dijagonalno tako da se nasuprotni vrhovi dovedu do preklapanja. Pri tome linije savijanja također čine okomite pravce, a mogu se razmatrati i pravokutni trokut kao polovice kvadrata, njihovi kutovi itd.

Origami se koristi u školama diljem svijeta, ali se njegova primjena još uvijek zasniva na motivaciji i entuzijazmu pojedinih nastavnika i više je usmjerena na aktivnosti izvan nastave. Tako su se, na primjer, razne osnovne škole diljem Hrvatske uključile u projekt izrade ždralova pod nazivom „*Senbazuru* – 1000 ždralova“. Učenici iz svake škole koja je sudjelovala u projektu izradili su po 125 origami ždralova koje su zatim povezali u nit od 1000 ždralova, odnosno *senbazuru*. Time su sudjelovali u slanju poruke mira da se ne ponovi katastrofa s kraja 2. svjetskog rata kada je bačena atomska bomba na japanski grad Hirošimu (dostupno na www.os-mrkopalj.skole.hr/?news_hk=1&news_id=76&mshow=290).

Slika 41. Izrada ždralova u projektu *Senbazuru*

6. Zaključak

U radu je opisano je pet Platonovih tijela koji predstavljaju pet pravilnih poliedara. Poseban naglasak stavljen je na njihovo oblikovanje japanskom metodom savijanja papira – *origami*.

Učenici najlakše stječu znanje kroz aktivnosti u kojima su uključeni kao aktivni sudionici, a ne pasivni primatelji znanja koje pruža učitelj. Origami vještina uključuje misaonu i djelatnu uključenost u proces učenja. Dok učenici savijaju papir i pritom oblikuju kreativne oblike i modele, razvijaju svoje fine motoričke vještine, ali i socijalne vještine kao što je obraćanje pozornosti na govornika i praćenje uputa. Dodatno se pobuđuje njihov interes za nastavni plan i program te razvija analitičko i kritičko mišljenje učenika. Unatoč brojnim obrazovnim prednostima predstavljenima u ovom radu, matematički origami prilično je novo područje i samim tim nedovoljno zastupljen u obrazovnom sustavu. Stoga je odgovornost i izazov na svakom učitelju da kreativnim metodama pobudi interes učenika kako bi ostvarili svoj puni potencijal kroz iskustveni rad.

7. Literatura i izvori

[1] Akira Yoshizawa. Dostupno na: https://explorationproject13.weebly.com/akira-yoshizawa.html. Pristupljeno 29. lipnja 2022.

[2] Beech, R. (2005). *Origami: vodič kroz umjetnost presavijanja*. Rijeka: Leo-Commerce.

[3] Canovi, L. (2002). *Origami: praktični tečaj*. Zagreb: Mosta.

[4] Čoh, Ć. (2017). Matematika i mišljenje svrhe sveg mislivog u Platona. *Filozofska istraživanja*. 37(4), str. 797-812.

[5] Dakić, B. i Elezović, N. (2008). *Matematika 2*, udžbenik i zbirka zadataka za 2. razred gimnazije, 2. dio, Zagreb: Element.

[6] David, M. (2020). Mathematical Origami: Geometrical shapes by paper folding

[7] Fuse, T. (2016.). History of origami. Tuttle Publishing. Dostupno na: History of Origami | origamese (wordpress.com)

[8] Gerić D. (1986). Origami vještina savijanja papira, Nakladni zavod Znanje, Zagreb, Hrvatska.

[9] Jukić, Lj. (2007). Matematika i origami, Osječki matematički list, 7(1), str. 23-32.

[10] Juričić Devčić, M. (2011). Didaktičke igre u nastavi matematike. U: Monografija Trećeg međunarodnog znanstvenog skupa Matematika i dijete.

[11] *Leonardo da Vinci i renesansa*. Dostupno na: https://nbi.ku.dk/english/www/science_in_art/chapters/renaessancen/. Pristupljeno 14. srpnja 2022.

[12] Lister, D. (2022). Mecho and Ocho: Tradiditional Origami Butterflies. Dostupno na: https://origami-resource-center.com/mecho-and-ocho/

[13] *History of origami*. Dostupno na: https://origamese.wordpress.com/tag/origami/page/2/. Pristupljeno 28. lipnja 2022.

[14] Pavlović, M. (2014). *Kako učiti i podučavati geometriju*. Diplomski rad. Osijek: Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike.

[15] *Platonova tijela*. Dostupno na: https://nova-akropola.com/znanost-i-priroda/znanost/platonova-tijela/. Pristupljeno 7.srpnja 2022.

[16] *Pravilni mnogokuti*. Dostupno na: https://slideplayer.gr/slide/15184159/. Pristupljeno 2. srpnja 2022.

[17] *Pravilni poliedri*. Dostupno na: https://poliedripravilni.weebly.com/vrste-pravilnih-poliedara.html. Pristupljeno 5. srpnja 2022.

[18] Robert Lang. Dostupno na: https://theiff.org/publications/cab17-lang.html. Pristupljeno 29. lipnja 2022.

[19] Rukavina, S., i Brozović, A. (2018). Dokaz Eulerove formule u Zome sustavu, Acta mathematica Spalatensia. Series didactica, 1(1), str. 9-22.

[20] *Slika posljednje večere*. Dostupno na https://www.dalipaintings.com/the-sacrament-of-the-last-supper.jsp

[21] Stipančić-Klaić I. (2022). Konstrukcijska geometrija, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek.

[22] Taro's origami studio (2021). A Guide to the World of Origami Paper:The Paper Basics. Dostupno na: https://www.tarosorigami.com/buying-guide-for-paper-for-origami/

[23] *TreeMaker*. Dostupno na: https://langorigami.com/article/treemaker/. Pristupljeno 29. lipnja 2022.

[24] Višak, R, 2014. Eulerova poliedarska formula. Dostupno na: https://books.com.hr/docu/191d0038/eulerova-poliedarska-formula. Pristupljeno 7. srpnja 2022.

[25] Vukić, M. (2018). Dodekaedar (origami tijela), Seminarski rad, Sveučilište u Splitu, Filozofski fakultet.

Sažetak

U radu je opisano pet pravilnih poliedara - tetraedar, heksaedar, oktaedar, ikosaedar i dodekaedar. Pravilni poliedri se nazivaju i Platonovim tijela, prema grčkom filozofu Platonu koji ih je prvi opisao. Opisane su osnovne karakteristike pravilnih poliedara, a primjenom Eulerove poliedarske formule pokazano je zašto ih je samo pet.

U središnjem dijelu rada prikazano je po koracima kako se pravilni poliedri mogu oblikovati savijanjem papira japanskom metodom *origami*, tradicionalno i modularno. Koraci su prikazani vizualno i opisani, a radi razumijevanja prikaza dana su i značenja origami oznaka.

Primjenom metode savijanja papira u nastavi matematike u učenika se može pobuditi interes, kreativnost te analitičko i kritičko mišljenje. Prednosti takvog rada su višestruke, no još uvijek nedovoljno iskorištene. Stoga ovaj rad može poslužiti kao poticaj za primjenu i daljnja istraživanja.

Ključne riječi: pravilni poliedri, Eulerova poliedarska formula, origami, Platonova origami tijela, savijanje papira u nastavi matematike

Summary

The paper describes five regular polyhedra - tetrahedron, hexahedron, octahedron, icosahedron and dodecahedron. Regular polyhedra are also called Platonic solids, after the Greek philosopher Plato who first described them. The basic characteristics of regular polyhedra are described, and by applying Euler's polyhedral formula, it is shown why there are only five of them.

In the central part of the paper, it is shown step by step how regular polyhedra can be formed by folding paper using the Japanese origami method, traditional and modular. The steps are shown visually and described, and for the sake of understanding the presentation, the meanings of the origami symbols are also given.

By applying the paper folding method in mathematics lessons, interest, creativity and analytical and critical thinking can be aroused in students. The advantages of such work are multiple, but still underutilized. Therefore, this work can serve as an incentive for application and further research.

Key words: regular polyhedra, Euler’s polyhedron formula, origami, Plato's origami solids, paper folding in mathematics lessons

Obrazac A.Č.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FILOZOFSKI FAKULTET

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja Josipa Popić, kao pristupnik/**pristupnica** za stjecanje zvanja magistra/magistrice magistrice primarnog obrazovanja s pojačanim modulom informacijsko-komunikacijske tehnologije u učenju i poučavanju, izjavljujem da je ovaj diplomski rad rezultat isključivo mojega vlastitoga rada, da se temelji na mojim istraživanjima i oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio diplomskoga rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da nije prepisan iz necitiranoga rada, pa tako ne krši ničija autorska prava. Također izjavljujem da nijedan dio ovoga diplomskoga rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Split, 21. rujna 2022.

Potpis Josipa Popić

OBRAZAC I.P.

IZJAVA O POHRANI ZAVRŠNOG / DIPLOMSKOG RADA U DIGITALNI REPOZITORIJ FILOZOFSKOG FAKULTETA U SPLITU

STUDENT/ICA	Josipa Popić
NASLOV RADA	Platonova origami tijela
VRSTA RADA	Duplomski rad
ZNANSTVENO PODRUČJE	Matematika
ZNANSTVENO POLJE	Obrazovne znanosti
MENTOR/ICA (ime, prezime, zvanje)	v. pred. Nives Baranović
KOMENTOR/ICA (ime, prezime, zvanje)	/
ČLANOVI POVJERENSTVA (ime, prezime, zvanje)	1. doc. Dr. sc. Lada maleš, predsjednica 2. v. pred. Nives Baranović, prof., član 3. v. pred. Željka Zorić, prof., član

Ovom izjavom potvrđujem da sam autor/**autorica** predanog završnog/**diplomskog** rada (zaokružiti odgovarajuće) i da sadržaj njegove elektroničke inačice u potpunosti odgovara sadržaju obranjenog i nakon obrane uređenog rada. Slažem se da taj rad, koji će biti trajno pohranjen u Digitalnom repozitoriju Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Splitu i javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama *Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju*, NN br. 123/03, 198/03, 105/04, 174/04, 02/07, 45/09, 63/11, 94/13, 139/13, 101/14, 60/15, 131/17), bude (zaokružiti odgovarajuće):

a.) u otvorenom pristupu

b.) rad dostupan studentima i djelatnicima Filozofskog fakulteta u Splitu

c.) rad dostupan široj javnosti, ali nakon proteka 6/12/24 mjeseci (zaokružiti odgovarajući broj mjeseci)

U slučaju potrebe dodatnog ograničavanja pristupa Vašem ocjenskom radu, podnosi se obrazloženi zahtjev nadležnom tijelu u ustanovi.

Split, 21. rujna 2022. Josipa Popić

mjesto, datum potpis studenta/ice