

PRIMJENA GEOGEBRE U NASTAVI MATEMATIKE OD PRVOGA DO ČETVRTOGA RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE

Čupić, Nikol

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Humanities and Social Sciences / Sveučilište u Splitu, Filozofski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:172:867310>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-06**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of humanities and social sciences](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



SVEUČILIŠTE U SPLITU
FILOZOFSKI FAKULTET
UČITELJSKI STUDIJ

NIKOL ČUPIĆ

**PRIMJENA GEOGEBRE U NASTAVI MATEMATIKE OD
PRVOGA DO ČETVRTOGA RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE**

DIPLOMSKI RAD

Split, 2024.

Odsjek: Učiteljski studij

Smjer: Primjena informacijske i komunikacijske tehnologije u učenju i poučavanju

Predmet: Vrednovanje sustava e-učenja

Diplomski rad

PRIMJENA GEOGEBRE U NASTAVI MATEMATIKE OD PRVOGA DO ČETVRTOGA RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE

STUDENTICA:

Nikol Čupić

MENTORICA:

doc.dr.sc. Suzana Tomaš

Split, srpanj, 2024.

ZAHVALA

Od srca želim zahvaliti obitelji na neizmjernoj podršci tijekom cijeloga mogega školovanja, a posebno tijekom studentskih dana. Mama, hvala ti na svemu, a najviše što si se javljala na svaki moj poziv, iako ih je u danu znalo biti i po desetak. Također, hvala ti što si svaki put kad bih došla doma, neumorno prala i peglala moju robu. Tata, također ti se zahvaljujem na svemu jer ovo moje putovanje, zvano studentski život, ne bi bilo moguće bez tebe. Svaki je tvoj čin bio od velikoga značaja, ali po jednome ćemo pogotovo pamtiti moje studentske dane. Zato ti, veliko hvala što si me dolazio uzeti i vodio na kolodvor u svako doba dana kada sam dolazila doma ili odlazila. A momemu bratu Mateu, neću posebno zahvaljivati jer je previše svjestan koliko mi je njegova podrška značila.

Draga mentorice, Vi i Vaša rečenica: „Ako se na drugoj godini odlučite za smjer Informatike, družiti ćete se sa mnom.“, urezali ste mi se u sjećanje još za vrijeme prijemnoga ispita. Zahvaljujem Vam se što ste mi uvijek bili dostupni tijekom mogega akademskoga obrazovanja, a posebno za vrijeme pisanja diplomskoga rada. Hvala Vam, na svim brzim odgovorima na mailove i terminima za konzultacije. Vi i svi Vaši kolegiji ostat će mi u velikome sjećanju. Od druge godine svojega akademskoga obrazovanja, znala sam da baš Vas želim za mentoricu jer sam u Vama i Vašem predanome radu, pronašla uzora za moj budući posao. Hvala vam od srca što ste pristali biti moja mentorica.

Hvala svim kolegicama i prijateljicama koje su bile uz mene na ovome putovanju te mi pružale podršku i ohrabrenje u trenucima u kojima su mi bili najpotrebniji.

Kao što šećer dolazi na kraju, tako će i ova zahvala završiti s najposebnijim osobama u momemu životu. Posebnu zahvalnost želim uputiti svome malome Marku, koji je svih ovih pet godina imao knedlu u grlu i suze u očima na spomen mogega imena, fakulteta i Splita. Nadam se da si brzo odbrojio dane do mogega povratka. Hvala i tiću Damjaniću koji bi mi uvijek potrčao u zagrljaj s najvećim i najtoplijim osmijehom. Vraća vam se vaša Nikol.

SADRŽAJ

| | |
|---|----|
| 1. UVOD | 7 |
| 2. TEORIJSKI DIO | 8 |
| 2.1. Kurikulum matematike od 1. do 4. razreda osnovne škole | 8 |
| 2.1.1. Odgojno-obrazovni ishodi od 1. do 4. razreda | 10 |
| 2.2. Geometrijski sadržaji do 1. do 4. razreda osnovne škole | 15 |
| 2.2.1. Geometrijski sadržaji u prvome razredu | 16 |
| 2.2.2. Geometrijski sadržaji u drugome razredu | 18 |
| 2.2.3. Geometrijski sadržaji u trećemu razredu | 20 |
| 2.2.4. Geometrijski sadržaji u četvrtome razredu | 23 |
| 2.3. Značenje i važnost uporabe programa GeoGebre | 24 |
| 2.4. Zašto GeoGebra u nastavi - dosadašnja iskustva? | 26 |
| 3. ISTRAŽIVANJE UPOTREBE PROGRAMA GEOGEBRA U NASTAVI MATEMATIKE OD PRVOG DO ČETVRTOG RAZREDA | 29 |
| 3.1. Predmet i cilj istraživanja..... | 29 |
| 3.2. Istraživačka pitanja i instrument istraživanja..... | 30 |
| 3.3. Uzorak istraživanja | 30 |
| 3.4. Moguća ograničenja istraživanja..... | 30 |
| 4. REZULTATI ISTRAŽIVANJA | 31 |
| 4.1. Primjena programa GeoGebra u prvome razredu..... | 31 |
| 4.2. Primjena programa GeoGebra u drugome razredu | 35 |
| 4.3. Primjena programa GeoGebra u trećemu razredu..... | 39 |
| 4.4. Primjena programa GeoGebra u četvrtome razredu..... | 42 |
| 4.5. Provjera istraživačkih pitanja | 46 |
| 4.6. Rasprava..... | 47 |
| 5. ZAKLJUČAK | 49 |
| 6. LITERATURA | 50 |
| 7. POPIS SLIKA, TABLICA I GRAFIKONA | 52 |

SAŽETAK

U radu se polazi od pretpostavke kako je u globalnom okruženju 21. stoljeća učenicima nužno osigurati poticajnu razvojnu okolinu, a tu okolinu u današnje vrijeme sve više oblikuje upotreba informacijske i komunikacijske tehnologije. Matematika je nastavni predmet koji učenicima predstavlja najviše prepreka u njihovom školovanju te predrasude prema istome postoje već od samog početka školovanja. Informacijska i komunikacijska tehnologija može znatno olakšati učenje matematičkih sadržaja, kako učenicima tako i učiteljima. U radu se analizira uloga specijaliziranog računalnog programa GeoGebra u učenju matematičkih sadržaja od prvog do četvrtog razreda osnovne škole.

Cilj ovog rada bio je utvrditi na koje se sve načine GeoGebra može upotrebljavati u nastavi matematike te utvrditi smatraju li učenici da je takav način rješavanja zadataka jednostavniji i zanimljiviji u odnosu na klasično poučavanje iz knjiga. Istraživanje je provedeno na ukupnome uzorku od 89 učenika iz četiri razredna odjeljenja osnovne škole Župa dubrovačka. Ovim kvantitativnim istraživanjem utvrđen je pozitivan odnos učenika prema korištenju GeoGebre. Prema dobivenim rezultatima, učenici su motiviraniji za rad i jednostavnije usvajaju nove sadržaje. Na temelju istraživanja donesen je zaključak kako je prioritet škola osigurati organizacijsku i tehničku potporu nužnu za implementaciju informacijske i komunikacijske tehnologije u provođenje nastavnog sadržaja.

Ključne riječi: IKT, GeoGebra, matematika, suvremena nastava, računalo u nastavi

SUMMARY

The work is based on the assumption that in the global environment of the 21st century, it is necessary to provide students with a more stimulating development environment, and that environment nowadays is increasingly shaped by the use of information and communication technology. Mathematics is the subject that presents students with the most obstacles in their education, and prejudices against it exist from the very beginning of schooling. Information and communication technology can significantly facilitate the learning of mathematical content, both for students and teachers. The paper analyzes the role of the specialized computer program GeoGebra in learning mathematical content from the first to the fourth grade of elementary school.

The goal of this paper was to determine in which ways GeoGebra can be used in mathematics classes and to determine whether students think that this way of solving tasks is simpler and more interesting compared to classical teaching from books. The research was conducted on a total sample of 89 students from four classes of the elementary school Župa Dubrovačka. This quantitative research determined the positive attitude of students towards the use of GeoGebra. According to the obtained results, students are more motivated to work and learn new content more easily. Based on the research, it was concluded that the priority of schools is to provide the organizational and technical support necessary for the implementation of information and communication technology in the implementation of teaching content.

Keywords: ICT, GeoGebra, mathematics, modern teaching, computer in teaching

1. UVOD

Predmet diplomskoga rada je uporaba GeoGebre, specijaliziranoga računalnoga softvera, u nastavi matematike. Motivacija za izbor teme proizlazi iz činjenice kako današnji učenici ne mogu dugo zadržati koncentraciju i u nastavni proces je potrebno uključivati različite oblike i metode rada te nastavu učiniti što zanimljivijom. Brz razvoj informacijske i komunikacijske tehnologije zahtijeva implementaciju digitalnih rješenja u obrazovni sustav s ciljem poboljšanja kvalitete obrazovanja i ishoda učenja. Stoga ovaj rad istražuje korištenje GeoGebre kao alata u nastavi matematike od prvoga do četvrtoga razreda, iz perspektive učenika. GeoGebra je dinamički matematički softver otvorenoga koda i jedan od instruktivnih alata koji privlače veliku pozornost istraživača i edukatora matematike zbog svoga potencijala za revoluciju poučavanja matematike.

Cilj rada je utvrditi kako GeoGebra može koristiti učenicima od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole u savladavanju nastavnoga sadržaja matematike te utvrditi iskustva učenika nakon korištenja programa. Rad je strukturiran u pet osnovnih sadržajnih cjelina, od kojih je prva uvod, a posljednja zaključno razmatranje. Druga cjelina donosi pregled nastavnoga sadržaja od prvoga do četvrtoga razreda, sukladno Kurikulumu za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Treća cjelina donosi pregled provedbe istraživanja upotrebe programa GeoGebra, dok su u četvrtoj cjelini prikazani dobiveni rezultati istraživanja. Rad se još sastoji od popisa literature te od popisa slika, tablica i grafikona.

Za potrebe izrade rada korišteni su primarni i sekundarni podaci. Za prvi dio koriste se sekundarni podatci; znanstveni i stručni radovi, knjige i publikacije koje se odnose na razvojne faze govora kod djece rane dobi, kako bi se na adekvatan način predstavio empirijski doprinos u drugome dijelu rada. Za empirijski dio rada koristi se anketni upitnik kao primarni način istraživanja. U radu se koristi više znanstvenih metoda, s ciljem pojašnjavanja ključnih pojmova i testiranja postavljenih istraživačkih pitanja. Tijekom istraživanja postojeće literature koristi se metoda analize pri čemu se vrši analiza već postojećih pisanih izvora, koji se bave navedenom tematikom. Metoda deskriptivne analize koristi se za opisivanje činjenica, fenomena, procesa i pojava koje se istražuje. U radu se koristi induktivna metoda za promatranje činjenica iz kojih je moguće izvesti zaključke, a potom i deduktivna metoda kao sistemsko zaključivanje. Metodom sinteze se iz jednostavnijih pojmova i zaključaka izvode složeniji zaključci.

2. TEORIJSKI DIO

Nastavni predmet Matematika dio je obrazovnoga sustava u Republici Hrvatskoj. Početci računanja u školi sežu u kasni srednji vijek, s razvojem proizvodnje i trgovine. Danas na važnost učenja matematike ukazuje brz razvoj suvremenoga društva, kojemu je uvelike pridonijela i primjena matematike u svim njegovim područjima. Matematička pismenost jedan je od najvažnijih preduvjeta za razvoj životnih vještina pojedinca; matematička znanja i vještine pojedinci će koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu. Razvoj digitalne tehnologije i njegoa primjena u obrazovnome sustavu donose potencijal za podršku, proširenje i obogaćivanje matematičkoga obrazovanja.

2.1. Kurikulum matematike od 1. do 4. razreda osnovne škole

Pojam kurikulum dolazi od latinske riječi *curriculum* i nije jednoznačan, već se odnosi na slijed događaja i optimalan način djelovanja koji rezultiraju postizanjem unaprijed određenoga cilja. Mnogi su autori pokušali dati preciznu definiciju kurikuluma, međutim, još uvijek nema jedinstvenoga određenja samoga pojma. Prema anglosaksonskim literaturnim izvorima, kurikulum se odnosi na nastavni plan i program, dok se u europskoj literaturi za taj pojam koristi engleski izraz *syllabus*. Međutim, bez obzira na distinkciju i jezičnu različitost ta dva pojma, može se utvrditi i zajedničke komponentne između ta dva pojma. Pa tako suvremeni kurikulum, baš kao i *syllabus*, podrazumijeva nastavni plan i program, odnosno, određenje ciljeva, zadatak i sadržaja te određenje načina za njihovo provođenje (Skupnjak, 2010). Pavičić Vukičević (2019) također navodi kako kurikulum nema jedinstveno značenje, već više mogućih značenja, no autori su jedinstveni u stavu kako je kurikulum temeljni dokument odgoja i obrazovanja koji sadrži popis ciljeva i sadržaja koji se žele postići te način na koji će se vrednovati postignuti ishodi obrazovanja.

Ministarstvo znanosti i obrazovanja donijelo je 2019. godine Odluku o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Tom se Odlukom izvan snage stavio Nastavni plan i program za predmet Matematika iz 2006. godine. Glavni ciljevi osuvremenjenoga kurikuluma su (NN 7/2019):

- primjena matematičkih vještina, ideja i procesa u pismenome izražavanju, analizi, razmjeni informacija u matematičkom kontekstu i stvarnom životu,
- samostalno kritičko i kreativno promišljanje, zaključivanje te provjera pretpostavki i argumentiranje u suradničkom okruženju,
- rješavanje problema odabirom relevantnih podataka i provođenjem optimalne strategije, po potrebi uz primjenu tehnoloških mogućnosti,
- razvijanje svijesti i procjena vlastitih matematičkih sposobnosti te razvijanje pozitivnoga odnosa prema upornosti, odgovornosti i radu općenito,
- prepoznavanje povijesne, kulturne i estetske važnosti matematike i njezina primjena u različitim disciplinama i različitim područjima života.

Prema istom kurikulumu, matematički procesi prožimaju sve domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika, a organizirani su u pet skupina:

1. *Prikazivanje i komunikacija* - učenici kroz različite prikaze (crtežima, maketama, dijagramima, tablicama, brojevima i sl.) smisleno prikazuju matematičke objekte, objašnjavaju ideje i bilježe postupke. Kroz komunikaciju učenici razvijaju vještinu objašnjavanja svojih stavova, mišljenja i ideja, ali savladavaju i vještinu slušanja školskih kolega i učitelja.
2. *Povezivanje* - učenici razumijevaju veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima. Uspoređuju, grupiraju i klasificiraju objekte i pojave prema zadanome ili izabranome kriteriju te povezuje matematiku sa stvarnim situacijama iz okoline.
3. *Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje* - učenici razvijaju vještinu logičkoga i apstraktnoga mišljenja suočavajući se s problemima i izazovima koji ih potiču na razmišljanje, argumentiranje, dokazivanje i donošenje samostalnih zaključaka. Tako usvojena znanja primjenjuju u nepoznatim situacijama prenoseći ih iz jednoga konteksta u drugi.
4. *Rješavanje problema i matematičko modeliranje* - Učenici prepoznaju problemsku situaciju, odabiru odgovarajući matematički postupak za rješavanje problema, primjenjuju različite strategije, rješavaju problem i u konačnici vrednuju rješenje.

Ovakvim načinom rješavanja problema učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost prilikom suočavanja s novim situacijama.

5. *Primjena tehnologije* - odnosi se na upotrebu digitalnih dostignuća u matematičkim aktivnostima pri čemu se učenicima prirodno otvaraju mogućnosti za nove ideje, kreativna rješenja i drukčija matematička promišljanja.

2.1.1. Odgojno-obrazovni ishodi od 1. do 4. razreda

Sukladno Kurikulumu iz 2019. godine, odgojno-obrazovni ishodi i razine usvojenosti znanja preporuke su za unaprjeđenja procesa učenja i podučavanja učenika, pomoć su pri planiranju i provedbi vrednovanja učenika te svima (učenicima i roditeljima) daju jasan pregled očekivanja, ali i ostvarenoga napretka u predmetu Matematika. U tablici 1 prikazana je organizacija predmeta Matematika u prvome razredu osnovne škole. Satnica predmeta Matematika od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole predviđena je na 140 sati godišnje.

Tablica 1. Organizacija predmeta Matematika u prvome razredu osnovne škole

| Domene | Odgojno-obrazovni ishodi | Razrada ishoda | Preporuke |
|---------------------------|---|---|---|
| Brojevi | Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom; uspoređuje prirodne brojeve s nulom; koristi se rednim brojevima; zbraja i oduzima brojeve do 20. | Povezuje količinu i broj; broji u skupu brojeva do 20; čita, zapisuje i prikazuje brojeve; razlikuje jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve. | Učenici na konkretnim primjerima spoznaju pojam broja kako se brojenje ne bi svelo na izgovaranje riječi bez razumijevanja njihova značenja. |
| Algebra i funkcije | Prepoznaje uzorak i nastavlja niz. | Uočava uzorak i objašnjava pravilnost i kriterije nizanja; korelacija sa svim predmeta u prvom razredu. | Učenici mogu uočavati pravilnosti na primjerima iz života (izmjena dana i noći, riječi pjesme i sl.) kako bi se učenike potaklo na logičko mišljenje. |
| Oblik i prostor | Prepoznaje i imenuje geometrijska tijela i likove i povezuje ih s oblicima objekata u okruženju. | Imenuje i opisuje geometrijska tijela (kugla, valjak, kocka, kvadar, piramida, stožac); likove (trokut, kvadrat, krug, pravokutnik) te razlikuje ravne i zakrivljene plohe. | Upoznavanje geometrijskih tijela započinje na primjerima iz okruženja (ormar, zgrada, krov i sl.), a ne na slikama, crtežima i ilustracijama. |

| | | | |
|--|---|---|---|
| Mjerenje | Analizira i vrednuje predmete iz okoline prema mjernom svojstvu; služi se novcem. | Prepoznaje odnose među predmetima: dulji-kraći-jednako dug; manji-veći. Prepoznaje novac i uči se služiti njime; uči svrhu štednje. | Odnosi među predmetima prikazuju se na primjerima iz okruženja. Učenici u što većoj mjeri koriste primjere novčanica u svrhu razvijanja financijske pismenosti. |
| Podaci, statistika i vjerojatnost | Organizira i analizira podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija. | Prikuplja, razvrstava i prikazuje podatke tablično i stupčastim dijagramom; analizirate rezultate i donosi odluke. | Ovaj ishod može se ostvariti na prikazu nekog stvarnog primjera (padaline, zdrava prehrana, potrošnja energije i sl.). |

Izvor: izrada autorice prema Odluci o donošenju Kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (NN 7/2019)

Kako je prikazano u tablici 1, preporuka Ministarstva obrazovanja je da se odgojno-obrazovni sadržaji savladavaju prateći konkretne primjere iz okruženja, kako se usvojeno gradivo ne bi svelo na puko nabranje pojmova bez razumijevanja njihovih značenja. U tablici 2 prikazani su odgojno-obrazovni ishodi za drugi razred osnovne škole.

Tablica 2. Organizacija predmeta Matematika u drugome razredu osnovne škole

| Domene | Odgojno-obrazovni ishodi | Razrada ishoda | Preporuke |
|---------------------------|---|---|--|
| Brojevi | Učenik se služi prirodnim brojevima do 100 (zbraja i oduzima, množi i dijeli, primjenjuje zgrade); koristi se rimskim brojkama do 12. | Broji, čita, zapisuje i uspoređuje brojeve do 100; uočava odnose među dekadskim jedinicama; razlikuje redne i glavne brojeve; mentalno zbraja, oduzima, množi i dijeli; rješava tekstualne zadatke. | Učenik na brojevnoj crti prikazuje brojeve rimske brojeve uočava u okruženju (sat, kalendar). Treba težiti automatizaciji tablice množenja. |
| Algebra i funkcije | Prepoznaje uzorak i kreira niz objašnjavajući pravilnosti nizanja; određuje vrijednost nepoznatog člana jednakosti. | Uočava pravilnosti nizanja brojeva, objekata, aktivnosti i pojava; kreira nizove; primjenjuje računske operacije i vezu među računskim operacijama. | Preporuča se nepoznati član zapisati poznatim znakom. Učenici do rješenja mogu doći na kreativan način (odbrojavanjem, prisjećanjem i sl.). |
| Oblik i prostor | Opisuje i crta dužine; povezuje poznate geometrijske objekte. | Spaja točke crtama; određuje krajnje točke dužine; crta dužinu i primjenjuje oznaku za dužinu; opisuje plohe, stranice i vrhove geometrijskih tijela. | Preporuča se osmisлити više aktivnosti koje uključuju slaganje i razlaganje modela geometrijskih oblika te slaganja različitih slagalica geometrijskim oblicima, prvo prema zadanom predlošku, a potom samostalnim kreiranjem likova sukladno zadanim kriterijima. |

| | | | |
|--|--|---|--|
| Mjerenje | Koristi jedinice za novac; procjenjuje, mjeri i crta dužine zadane duljine. | Prepoznaje novac- veće i manje novčane jedinice; mjeri nestandardnim jedinicama (korak, palac); imenuje i crta dužinu zadane duljine; procjenjuje duljinu objekta u metrima; u skupu brojeva do 100 računa s jedinicama za mjerenje dužine. | Učitelj zorno prikazuje protek vremena na primjernu sekunde, minute, sata, dana....; učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, ali razumna očekivanja su na vrlo dobroj razini. |
| Podaci, statistika i vjerojatnost | Koristi se podacima iz neposredne okoline; procjenjuje je li neki događaj moguć ili nemoguć. | Bilježi, razvrstava, prikazuje i tumači podatke jednostavnim tablicama i piktogramima. | Ovaj ishod priprema učenika za <i>moguće</i> i <i>nemoguće</i> . Preporuka je osmisлити kreativne igre pomoću bacanja kocke. |

Izvor: izrada autorice prema Odluci o donošenju Kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (NN 7/2019)

Prioritet kurikuluma je potaknuti razumijevanje kod učenika uvodeći različite interaktivne sadržaje u nastavu matematike, s krajnjim rezultatom stvarnoga razumijevanja naučenih sadržaja. U tablici 3 prikazani su odgojno-obrazovni ishodi za treći razred osnovne škole.

Tablica 3. Organizacija predmeta Matematika u trećemu razredu osnovne škole

| Domene | Odgojno-obrazovni ishodi | Razrada ishoda | Preporuke |
|---------------------------|--|---|--|
| Brojevi | Učenik se služi brojevima do 10 000 u opisivanju i prikazivanju količine i redosljeda. | Broji, čita, zapisuje i uspoređuje brojeve do 10 000; prikazuje i upotrebljava troznamenkaste i četveroznamenkaste brojeve, služi se dekadskim sustavom brojeva, rastavlja broj na zbroj višekratnika dekadskih jedinica. | Kako brojenje ne bi bilo samo formalno, učenika treba upućivati na ulogu brojenja (brojenjem se doznaje količina nečega...), kod uspoređivanja višeznamenskastih brojeva učenika treba poticati da sam uoči pravila uspoređivanja. |
| Algebra i funkcije | Učenik rješava zadatke s jednim nepoznatim članom koristeći se slovom kao oznakom za broj. | Koristi se slovom kao oznakom za broj, uvrštava zadani broj umjesto slova, određuje vrijednost nepoznatoga člana jednakosti/nejednakosti, primjenjuje svojstva računskih operacija. | Preporuča se primjer iz života povezati s usvojenim sadržajima. Primjerice, ako neka osoba štedi novac za predmet koji košta 45 eura, a do sada je uštedio 36 eura, koliko mu još nedostaje da bi uštedio za željeni predmet? |
| Oblik i prostor | Opisuje i crta točku, dužinu, polupravac i pravac te njihove odnose. | Crta i označava točke i dužine, crta i označava pravac i polupravac, crta dužinu kao dio pravca i ističe njezine krajnje točke te određuje i crta pripadnost točaka pravcu. | Preporuča se naglasiti da se pravac ne može cijeli nacrtati, nego da je ravna crta kojom ga prikazujemo samo dogovoreni način prikazivanja pravca. Pravac i polupravac potrebno je pravilno crtati, označavati i imenovati. |

| | | | |
|--|--|--|---|
| Mjerenje | Procjenjuje, mjeri i crta dužine zadane duljine. | Poznaje jedinične dužine za mjerenje, imenuje i crta dužinu zadane duljine, zapisuje duljinu dužine, procjenjuje duljinu dužine, računa s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 1000). | Preporuča se učenike potaknuti da rukama pokazuju različite dužine, kako bi osvijestili veličinu tih jedinica. |
| Podaci, statistika i vjerojatnost | Služi se različitim prikazima podataka. | Nabraja različite vrste prikaza podataka, koristi se nazivima <i>redak</i> i <i>stupac</i> , služi se prikazima podataka. | Preporuka je prikazivati i objašnjavati podatke u različitim situacijama, tablične podatke prikazivati u različitim predmetima i različitim područjima života |

Izvor: izrada autorice prema Odluci o donošenju Kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (NN 7/2019)

Za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda potrebno je istražiti mogućnosti modernih multimedijских online programa koji se mogu upotrebljavati u obrazovnu svrhu; izraditi prezentaciju, multimedijски plakat, kalendar, grafički prikaz podataka i slično. Takav način poučavanja približava učenicima sadržaje koji bi im teško bilo razumljivi na tradicionalan način poučavanja - iz knjiga. U tablici 4 prikazani su odgojno-obrazovni ishodi za četvrti razred osnovne škole.

Tablica 4. Organizacija predmeta Matematika u četvrtome razredu osnovne škole

| Domene | Odgojno-obrazovni ishodi | Razrada ishoda | Preporuke |
|--|--|--|---|
| Brojevi | Služi se prirodnim brojevima do milijun. Pisano zbraja i oduzima, množi i dijeli u skupu prirodnih brojeva do milijun. | Broji, čita, piše i uspoređuje brojeve do milijun; navodi dekadске jedinice i opisuje njihove odnose; koristi se višeznamenkastim brojevima. | Treba se koristiti različitim situacijama, zadacima i podacima u kojima će se primjenjivati zbrajanje i oduzimanje, množenje i dijeljenje. |
| Algebra i funkcije | Određuje vrijednost nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima. | Razlikuje jednakosti i nejednakosti; računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija. | Preporuča se da primjeri budu jednostavni i s jednom računskom operacijom, a nepoznati se član računa primjenom veze među računskim operacijama. |
| Oblik i prostor | Određuje i crta kut. Razlikuje i opisuje trokute prema duljinama stranica te pravokutni trokut. Opisuje i konstruira krug i njegove elemente. Opisuje i konstruira krug i njegove elemente. Crta, konstruira i povezuje geometrijske likove. | Učenik je upoznat s različitim kutevima, crta ih, imenuje vrhove, razlikuje pravokutni u odnosu na druge trokute, konstruira krug i njegove elemente. | Preporuča se obratiti pozornost na razvijanje motoričke vještine uporabe geometrijskoga pribora. |
| Mjerenje | Procjenjuje i mjeri volumen tekućine. Uspoređuje površine likova te ih mjeri jediničnim kvadratima. | Primjenjuje pojam volumena tekućine, preračunava mjerne jedinice, poznaje standardne mjere za površinu (centimetar kvadratni, decimetar kvadratni, metar kvadratni), mjeri pravokutne površine u neposrednoj okolini. | Upoznavanjem standardnih mjernih jedinica za mjerenje volumena tekućine učenici prelijevanjem trebaju osvijestiti njihovu količinu, Težište je ishoda na pojmu površine kao veličine dijela ravne plohe koji je lik zauzeo. |
| Podaci, statistika i vjerojatnost | Provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke. Opisuje vjerojatnost događaja. | Osmišljava i provodi jednostavna istraživanja u svojoj neposrednoj okolini, prikupljanjem i razvrstavanjem podataka. U razgovoru iskazuje mogućnosti. Uspoređuje ishode riječima <i>vjerojatniji, manje vjerojatan, najvjerojatniji.</i> | Preporuka je prikazivati i objašnjavati podatke u stvarnom životu. Primjerice, postavljanjem pitanja <i>Ako je jutro oblačno, hoće li padati kiša?</i> Ili rješavanjem različitih problemskih pitanja. |

Izvor: izrada autorice prema Odluci o donošenju Kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (NN 7/2019)

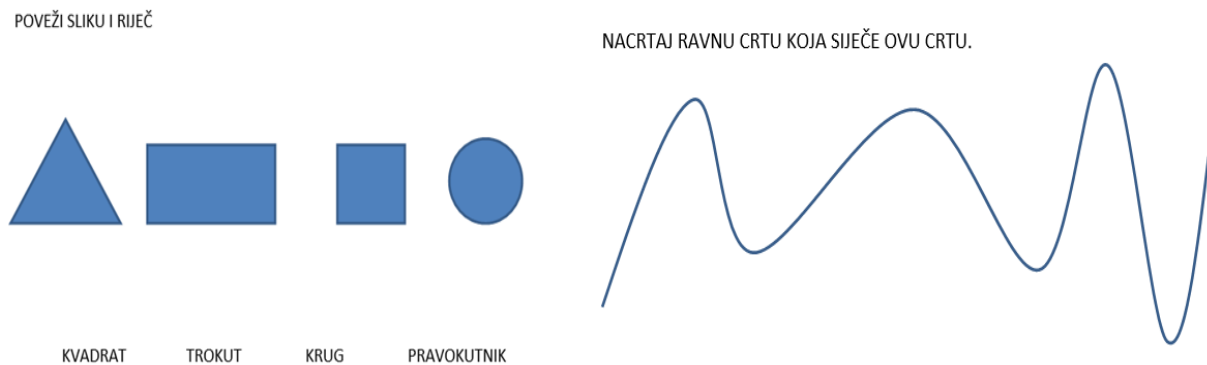
Satnica matematike u četvrtome razredu predviđena je na 140 sati godišnje.

2.2. Geometrijski sadržaji do 1. do 4. razreda osnovne škole

Geometrija (*geo* -Zemlja, *metria*- mjerenje) grana je matematike koja se bavi proučavanjem svojstava i međusobnih odnosa prostornih oblika tj. geometrijskih tijela, površina, pravaca i točaka. Geometrijsko razmišljanje nužno je u svakoj grani matematike. Povijesno gledajući, u drevnim civilizacijama na području Mezopotamije i Egipta geometrija je služila za svakodnevno rješavanje problema, pa su tako i svi matematički zadaci bili dani isključivo u obliku praktičnoga problema. Uz pomoć intuicije dolazilo se do značajnih tvrdnji koje se provjeravalo metodom pokušaja i pogreške. Razvojem antičke Grčke dolazi i do jedne od najznačajnijih matematičkih revolucija. Grci su odlučili da pomoću geometrije neće više rješavati samo svakodnevne probleme, već će na temelju stečenih geometrijskih znanja dokazati tvrdnje koje zaista vrijede. U to su se vrijeme Grci organizirali kao demokratsko društvo; u donošenju odluka pravo glasa imao je sve veći broj ljudi različitoga porijekla i različitih stavova što je nametalo izrazitu potrebu za postizanjem sporazuma. Grcima je postala važna sposobnost argumentiranja (što se do tada nije prakticiralo), a kao rješenje nametnula se geometrija. I to ne ona geometrija kojom su rješavali svakodnevne probleme, već geometrija koja dokazuje teoreme i donosi deduktivne zaključke. Grci su zastupali stav kako se komunikacija argumentiranjem može pronaći jedino u geometriji, a potom se prenosi u jezik, odnosno u komunikaciji. To je razdoblje formiralo geometriju kakvu danas poznajemo (Gusić, 2018). Djeca već u najranijem djetinjstvu počinju prepoznavati prvo jednostavne, a potom i složenije geometrijske oblike (krug, trokut, kvadrat), razvijaju jezik potreban za njihovo opisivanje, uočavaju razlike među njima dok se djeca starijega uzrasta počinju zanimati za mjerenje, položaj i pokret.

2.2.1. Geometrijski sadržaji u prvome razredu

U prvome razredu osnovne škole učenik izdvaja i imenuje geometrijska tijela i likove, povezuje ih s oblicima objekata u okruženju te crta i razlikuje ravne i zakrivljene crte. Na slici 1 prikazani su geometrijski likovi i crte.

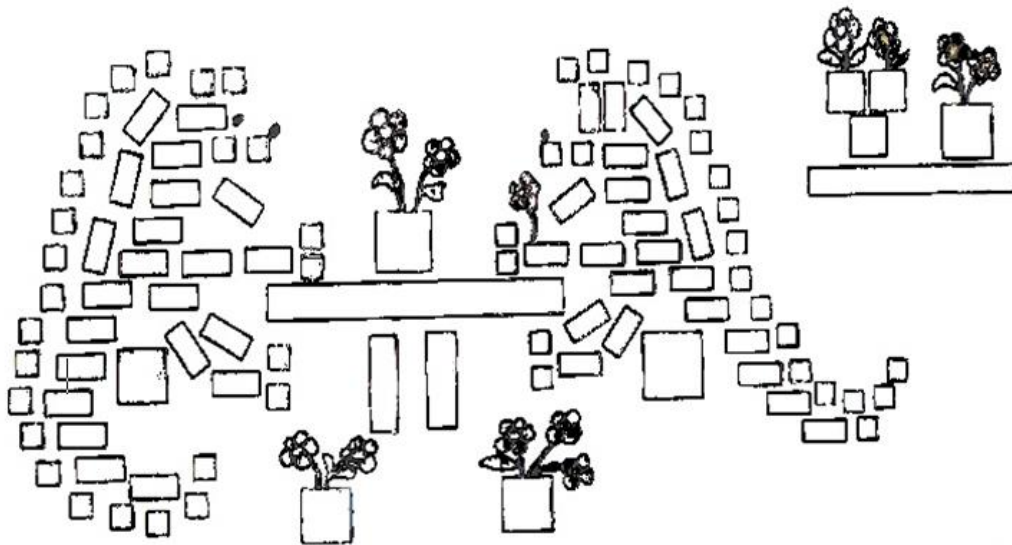


Slika 1. Prepoznavanje i imenovanje geometrijskih likova i crta

Izvor: <https://www.razredna-nastava.net/stranica.php?id=541>

Važno je da učenje geometrije i upoznavanje geometrijskih tijela započne na konkretnim primjerima koje učenici uzimaju u ruke, slažu ih, izrezuju iz papira, izdvajaju modele po obliku, boje ih u različite boje i slično. Na slici 2 prikazan je primjer zadatka u kojem je učeniku zadano da različita geometrijska tijela oboji različitom bojom.

OBOJI KVADRATE PLAVO, A PRAVOKUTNIKE CRVENO.



Slika 2. Primjer zadatka iz geometrije za prvi razred osnovne škole

Izvor: <https://www.razredna-nastava.net/stranica.php?id=541>

Učenici u prvome razredu, dakle, kroz različite aktivnosti prvo upoznaju geometrijske likove kao ravne plohe geometrijskih tijela i na taj se način stvara jasna poveznica među geometrijskim oblicima.

Prema Priručniku matematike za prvi razred osnovne škole, autorica Čović i Roškar (2019), učenici izdvajaju i imenuju geometrijska tijela i likove te ih povezuju s oblicima objekata u neposrednome okruženju. Od učenika se nadalje traži da analiziraju i uspoređuju objekte iz okoline prema mjerivom svojstvu, služe se piktogramima i jednostavnim tablicama te prepoznaju uzorak i nastavljaju niz. U početku su zadatci jednostavniji, odnosno od učenika se traži da prema prikazanim sličicama odrede; kojeg su oblika predmeti prikazani na slici, odrede najmanje i najveće geometrijsko tijelo, određuju oblike voća i sl.

2.2.2. Geometrijski sadržaji u drugome razredu

U drugome razredu osnovne škole, geometrijski sadržaji odnose se na povezivanje poznatih geometrijskih objekata (geometrijskih likova i geometrijskih tijela) te opisivanje i crtanje dužine. U drugome razredu učenici usvajaju pojam dužine kao najkraće spojnice dviju točaka, prepoznaju dužinu kao stranicu geometrijskoga lika, opisuju i određuju krajnje točke dužine, odnosno određuje bridove geometrijskih tijela i stranice geometrijskih likova kao dužine. Na slici 3 prikazani su primjeri zadataka određivanja dužine.

1. Označi dvije točke i imenuj ih.

2. Nacrtaj dužinu \overline{AB} i točke M i N koje joj ne pripadaju, te točku R koja joj pripada.

Točke A i B su _____ dužine AB

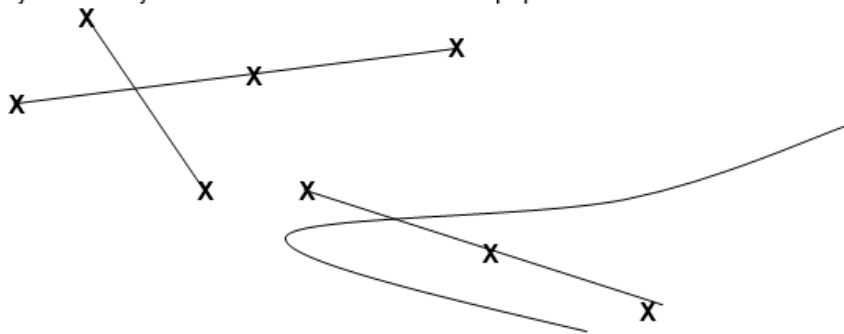
3.a) Imenuj točke i dužine na crtežu prema opisu:

Dužine \overline{PS} i \overline{KL} se sijeku.

M pripada \overline{PS} .

Zakrivljena crta siječe dužinu \overline{ZR} .

V pripada \overline{ZR} .



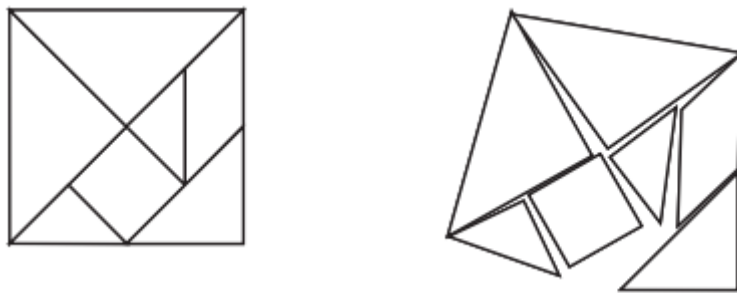
Slika 3. Primjeri zadataka crtanja dužine

Izvor: <https://www.razredna-nastava.net/stranica.php?id=541>

U drugoj godini učenja učenici povezuju odnose među geometrijskim tijelima i likovima te dužinama i točkama. S ciljem jednostavnijega i svrhovitoga procesa učenja, s učenicima je potrebno provoditi različite kreativne aktivnosti slaganja i razlaganja geometrijskih oblika,

poput tangrama. Tangram je stara kineska drevna slagalica - vrlo jednostavna, a istovremeno dovoljno intrigantna i poticajna. Zbog izrazito zabavnoga karaktera tangram slagalica brzo se proširila s Istoka u sve dijelove svijeta; godine 1818. na prostorima Europe objavljen je prvi pisani trag o kineskoj slagalici, a popularnost tangrama traje do danas (Baranović i Lehman, 2018).

U tangram slagalici koristi se sedam pločica; pet pločica ima oblik jednakokračnoga trokuta, jedna oblik paralelograma, a jedna oblik kvadrata. Od svih navedenih oblika paralelogram je jedinstven jer se njegova simetrična slika ne može dobiti rotacijom. To je također jedini dio koji se mora preokrenuti kad se formiraju tangram uzorci (Jukić, 2009). Skup od tih sedam geometrijskih likova čini tangram slagalicu. Svaki dio slagalice naziva se *tan*, a lik oblikovan od svih sedam tanova naziva se tangram lik (Baranović i Lehman, 2018). Na slici 4 prikazani su tanovi.



Slika 4. Sedam tanova

Izvor: Jukić, Lj. (2009). Matematičke slagalice. *Osječki matematički list*, 9 (1), str. 14.

Igra se izvodi tako da se izmišljaju nove tangram figure. Figura je dobra ukoliko se može prepoznati objekt koji ona predstavlja; znakovi, predmeti, osobe, životinje i slično (prikazano na slici 5).



Slika 5. Tangram figure

Izvor: Baranović, N. i Lehman, S. (2018). Matematika u tangramu, tangram u matematici. *Poučak*, 19 (76), str. 21.

Koristeći igru tangram u nastavi matematike (posebno geometrije) učenici mogu istraživati u kakvome su odnosu stranice i površine tanova, na koliko se različitih načina pomoću tanova može oblikovati trokut, pravokutnik, ima li među njima sličnosti, u kakvome su odnosu njihove veličine, površine i slično. Ponekad je dovoljno samo malo mašte da se već viđene stvari prikažu pomoću novih nastavnih sredstava te da se na taj način izbjegne monotoniya izlaganja, poučavanja i rješavanja matematičkih zadataka (Baranović i Lehman, 2018).

Tipovi geometrijskih zadataka u udžbeniku matematike Nina i Tino 2 za drugi razred osnovne škole su sljedeći; na slici su ponuđeni geometrijski likovi i geometrijska tijela. Od učenika se traži da geometrijska tijela zaokruže, a geometrijske likove prekriže. Nadalje, tipovi zadataka bazirani su na nadopuni rečenica; od učenika se, primjerice, traži da dopuni rečenicu *Kvadar je geometrijsko tijelo ili Sve plohe kocke i kvadra su ravne*. Od učenika se traži i da oboje kvadrate, trokute ili pravokutnike određenim bojama. Zanimljivo je zadati učenicima premetaljke, odnosno da među izmiješanim slovima prepoznaju riječ; TUKTOR, KAKOC, KURG.

2.2.3. Geometrijski sadržaji u trećemu razredu

U trećoj godini učenja učenik opisuje i crta točku, dužinu, polupravac i pravac te njihove odnose; crta pravce koji se sijeku (uključujući okomite), pravcima koji se sijeku određuje sjecište, primjenjuje matematičke oznake za usporednost i okomitost pravaca.

2. Kroz točku D nacrtaj 5 pravca.

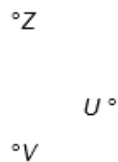


2. Nacrtaj pravac koji prolazi kroz točke A i B . Neka to bude pravac c .



3. Koliko se pravaca može nacrtati kroz 2 točke? _____

4. Nacrtaj sve pravce koji prolaze zadanim točkama.



Slika 6. Primjeri zadataka crtanja pravca

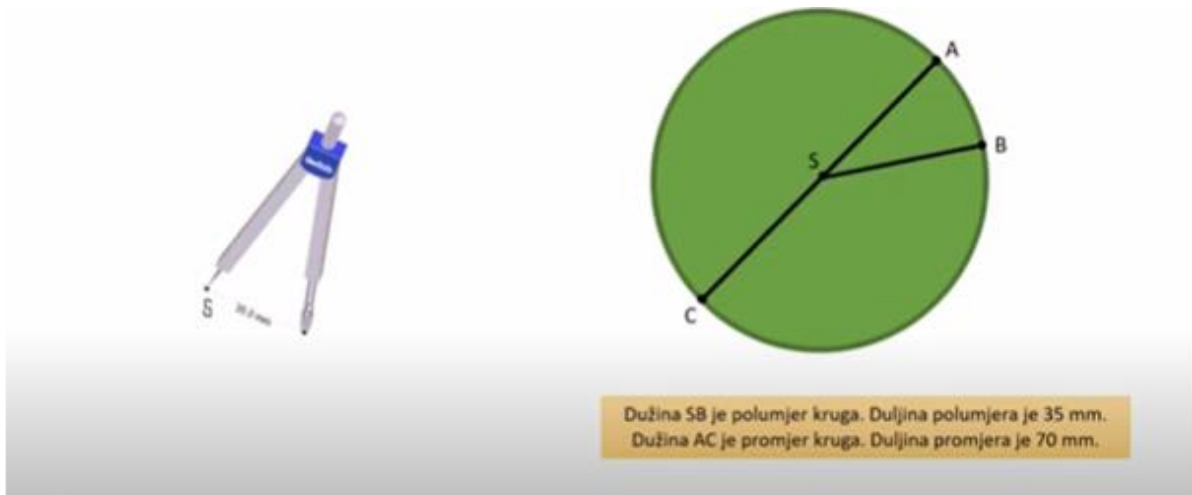
Izvor: <https://www.razredna-nastava.net/stranica.php?id=512>

Učenici pravce trebaju naučiti crtati pravilno, uredno i precizno, koristeći se ravnalom i jednim ili dvama trokutima. U trećoj godini učenja učenici se uče služiti šestarom u crtanju i konstruiranju geometrijskih sadržaja. Učenik šestarom, kao dijelom geometrijskoga pribora, konstruira kružnicu, dok se u crtanju pravokutnika i kvadrata učenik šestarom koristi za prenošenje duljine dužine pojedine stranice.

Primjer zadatka učenike trećega razreda glasi: *Nacrtajte točku S i krug kojemu je točka S središte, a duljina polumjera je 35 mm. Označite polumjer i promjer kruga. Kolika je duljina nacrtanog kruga?*

Učenik crta točku S koja je središte kruga. U otvor šestara učenik je uzeo 35 mm, vršak šestara zaboden je u točku S , a olovkom šestara nacrtana je kružnica. Nakon toga učenik boji područje unutar kružnice, označava točku B na kružnici i crta dužinu SB koja je polumjer kruga. Učenik potom označava točku A na kružnici i dužinu koja počinje u točki A , prolazi kroz središte i

završava na točki C koja leži na kružnici - na taj način dobiti će dužinu AC koja je promjer kruga i duljina promjera je 70 mm (prikazano na slici).



Slika 7. Primjer zadatka crtanja kružnice

Izvor: Škola za život. Razredna nastava 3.r. https://www.youtube.com/watch?v=u3H8_Tt6TuU

U udžbeniku za treći razred osnovne škole Nina i Tino 3 od učenika se, primjerice, traži da preračunaju dužine; metre u decimetre, metre u centimetre, metre u milimetre, kilometre u metre i sl. Nadalje, zadatak je učenika da označe zadanu duljinu dužine, odrede razlike među dužinama (na primjeru visine čovjeka). Od učenika se nadalje traži da nacrtaju nekoliko različitih pravaca koji imaju jednu zajedničku točku, da nacrtaju pravac i točku koja mu pripada, da odrede polupravac i na njemu istaknu određenu točku, da odrede sjecište pravaca te da prenose dužine uporabom šestara.

2.2.4. Geometrijski sadržaji u četvrtome razredu

U četvrtome razredu osnovne škole geometrijski sadržaji složeniji su i prošireni, a odgojno-obrazovni ishodi su sljedeći (Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike, NN 7/2019):

- *crta pravi, šiljasti i tupi kut* - učenik opisuje pojam kuta, prepoznaje i crta šiljasti, pravi i tupi kut te određuje koje točke (ne) pripadaju kutu, koristi se oznakom kuta pazeći na orijentaciju,
- *razlikuje i opisuje trokute prema duljinama stranica te pravokutni trokut* - učenik trokute dijeli na jednakostranične, raznostranične i jednakokračne te razlikuje i opisuje pravokutni trokut u odnosu na druge trokute,
- *opisuje i konstruira krug i njegove elemente* - učenik opisuje kružnicu, polumjer i središte kruga, opisuje odnos kruga i kružnice te prepoznaje polumjer i središte kruga i kružnice,
- *crta i konstruira geometrijske likove* - raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat učenik crta geometrijskim priborom,
- *povezuje sve poznate geometrijske oblike* - učenik označava vrhove, stranice i kutove trokuta te koristi sve geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskih objekata (vrhovi, strane, stranice, bridovi, kutovi).

U četvrtome razredu naglasak je na povezivanju svih do tada usvojenih geometrijskih pojmova i sadržaja. Potrebno je obratiti pozornost na vještine uporabe geometrijskoga pribora, potrebno je upozoriti učenike na nepreciznu uporabu matematičkih izraza u svakodnevnome životu (primjerice, "kocka" za juhu) i potrebno je učenike poticati na samostalno istraživanje.

U udžbeniku matematike za četvrti razred osnovne škole Tina i Nino 4 zadatci su bazirani na opisivanju ravnine riječima, imenovanju vrhova i krakova trokuta, prepoznavanju i uspoređivanju pravoga, šiljastoga i tupoga kuta, prepoznavanju i razlikovanju jednakostraničnoga, raznostraničnoga, jednakokračnoga i pravokutnoga trokuta, označavanju vrhova, stranica i kutova trokuta, zapisivanju (imenovanju) trokuta matematičkim oznakama te crtanju i konstruiranju svih vrsta trokuta te određivanju i crtanju kruga i kružnice. Primjeri

zadatka iz navedenoga udžbenika su zadatci riječima, obzirom da su učenici u četvrtome razredu već savladali čitanje i pisanje.

2.3. Značenje i važnost uporabe programa GeoGebre

Suvremene generacije učenika često imaju teškoće sa zadržavanjem koncentracije tijekom nastave, a posebno je to izraženo tijekom nastave matematike. Rješavanje matematičkih zadataka učenicima je često nezanimljivo stoga ih rješavaju nevoljko i bez motivacije. Također, u našem okruženju prevladava opći stav kako je učenje matematike teško i kako je matematiku gotovo nemoguće savladati pa učenici na nastavu dolaze s predrasudama koje im je takva okolina usadila. Učiteljima matematika glavni je cilj približiti učenicima apstraktne matematičke pojmove na razumljiv i jednostavan način. U tome je neosporan utjecaj informacijsko-komunikacijske tehnologije koja se u posljednjim godinama sve više koristi u nastavi.

Kako navodi Berry (2021) implementacija digitalne tehnologije u nastavu matematike omogućuje poboljšanje, proširenje i obogaćivanje matematičkoga obrazovanja. Prema Podpečan (2023) upotreba digitalne tehnologije u nastavi matematike ne podrazumijeva isključivo razvoj matematičkih digitalnih kompetencija, već upotrebom informacijske tehnologije u osnovnoškolskome obrazovanju učenici stječu digitalne kompetencije primjenjive u različitim područjima. Glasnović Gracin (2018) skreće pažnju na činjenicu kako bi kvalitetna softverska rješenja za poučavanje matematike trebala podržavati višestruke matematičke prikaze (tablične, simboličke i grafičke), a to mogu biti:

- *sustavi računalne algebre* (eng. *Computer Algebra System- CAS*) - programi koji podržavaju prikaz i manipulaciju sa simboličkim matematičkim izrazima te
- *programi dinamične geometrije* (eng. *Software Dynamic Geometry- SDG*) - računalni su softveri koji omogućuju stvaranje i manipuliranje geometrijskih sadržaja u stvarnome vremenu.

Jedan od takvih programa koji objedinjuje elemente CAS-a i SDG-a je GeoGebra (akronim skovan spajanjem pojmova *geometrija* i *algebra*). GeoGebra je dinamički matematički softver (namijenjen svim razinama obrazovanja) koji objedinjuje geometriju, algebru, proračunske tablice, grafikone, statistiku i izračun. Program je 2001. godine izradio Markus Hohenwarter za potrebe izrade svoga diplomskoga rada na Sveučilištu u Salzburgu. Godine 2004. preveden je

na hrvatski jezik i implementiran u nastavni proces matematike i fizike u hrvatskim školama (Šuljić, 2017).

S obzirom na to da se za potrebe nastave matematike može koristiti samo jedan softver umjesto dva ili više specijaliziranih programa, GeoGebra ima prednost pred ostalim softverima. Osnovno obilježje GeoGebre jest da izraz u algebarskome prozoru odgovara objektu u geometrijskome prozoru, odnosno geometrijski prikaz matematičkoga pojma (dužina, točka, kružnica) povezuje se s njegovim algebarskim prikazom (brojčana vrijednost, jednačba...). GeoGebra je intuitivna i jednostavna za korištenje pa učenicima i učiteljima omogućava primjenu u svim segmentima matematike, kao i mogućnost istraživanja i otkrivanja novih spoznaja vlastitim tempom (Bjelanović Dijanić, 2009).

Dodatna prednost GeoGebre je činjenica da je riječ o softveru otvorenoga koda, što znači da je besplatan za nekomercijalno korištenje, a može se skinuti s mrežne stranice www.geogebra.org. Program je podržan za različite vrste operativnih sustava i uređaja što omogućava široku primjenu korištenja, odnosno moguće ga je koristiti kao mrežnu ili kao samostalnu aplikaciju na uređaju. Korisnik ima mogućnost pristupiti sustavu i pregledavati različite materijale, ali vlastite materijale može kreirati tek nakon što otvori vlastiti korisnički profil. Iako otvaranje korisničkoga računa nije obavezno, posjedovanje računa otvara pristup velikoj zajednici korisnika *GeoGebra User Forum* na kojem se nudi podrška i mogućnost razmjene ideja i materijala te rasprava o eventualnim problemima i rješenjima. Registrirani korisnik također ima pristup repozitoriju u kojem se nalaze unaprijed pripremljeni zadaci, ispiti znanja i primjeri kompleksnijih zadataka, gotovi online udžbenici. Nadalje, prijava u sustav omogućuje stvaranje grupa korisnika, odnosno, nastavnici mogu stvarati virtualne razrede i povezivati se s drugim članovima zajednice.

U virtualnim je razredima, uz minimalno skriptiranja, moguće svakom učeniku zadati individualni zadatak. U kontekstu skriptiranja ističe se još jedna prednost upotrebe GeoGebra programa; program GeoGebra kompatibilan je s Java Script (JS) programskim jezikom i podržava način skriptiranja čime je moguće ostvariti komunikaciju na višoj razini među modulima programa. No, obzirom da GeoGebra koristi velik broj predefiniranih naredbi, klasa i JS metoda, korisnik može programirati velik broj interaktivnih vježbi bez poznavanja upotrebe JS programa (Negulić, 2017).

Glavni ciljevi implementacije programa GeoGebra u nastavu matematike su (Podpečan, 2023:3):

- interaktivan prikaz geometrijskih sadržaja kao što su geometrijski likovi, geometrijska tijela, kutovi, dužine, linije,
- izvođenje i prikaz transformacija geometrijskih elemenata; određivanje duljine dužine, izračunavanje površine lika crtanje linija, sjecišta, određivanje odnosa među pojedinim elementima i sl.,
- ilustracija statističkih prikaza podataka (dijagrami, tablice).

GeoGebra je softver koji učenicima omogućuje vizualno i interaktivno sagledavanje matematičkih pojmova, što im olakšava razumijevanje apstraktnih pojmova poput geometrije, računa i algebre te razumijevanje istoga matematičkoga koncepta na različite načine.

2.4. Zašto GeoGebra u nastavi - dosadašnja iskustva?

Obzirom da je program GeoGebra na globalnoj razini prihvaćen i od učenika i od učitelja, brojni su autori analizirali prednosti korištenje GeoGebre u nastavi matematike. Tamam i Dasari (2021) navode kako je glavna prednost GeoGebre činjenica da GeoGebra, za razliku od drugih komercijalnih softvera koji su instalirani i dostupni isključivo na školskim računalima, Geogebra je softver otvorenog koda odnosno može se instalirati na osobna računala učenika i nastavnika čime je povezivanje omogućeno bilo kada i bilo gdje. Nadalje, GeoGebra kao pomoćni alat u učenju matematike ima sljedeće prednosti (Mahmudi, 2010 prema Tamam i Dasari, 2021:2):

- geometrijski sadržaji mogu se izraditi brzo i precizno umjesto upotrebe olovke, ravnala ili šestara,
- GeoGebra je alat za poboljšanje kvalitete učenja, što se posebice odnosi na istraživanje, vizualizaciju i konstruiranje,
- poboljšava matematičke sposobnosti učenika kao što su sposobnosti matematičkoga zaključivanja i sposobnosti rješavanja matematičkih problema.

Autorica Podpečan (2023) navodi kako je, sukladno planu i programu koji nalaže da se u nastavu matematike uključe digitalne tehnologije, sat matematike sa devetim razredom osnovne škole provela u informatičkoj učionici gdje su učenici pomoću programa GeoGebra istraživali linearne funkcije. U uvodnome dijelu sata nastavnica je s učenicima ponovila pravilo linearne funkcije te im predstavila program GeoGebra, odnosno, kako pokrenuti program i kako nacrtati graf linearne funkcije. Nakon nastavnoga sata autorica dolazi do zaključka kako su učenici motivirani za rad jer su se suočili s novim, zanimljivijim, načinom rada; učenici su bolje razumjeli matematičke pojmove, a dodatna je prednost što učenici program mogu koristiti i kod kuće i na taj način si pomoći u nastavku školovanja.

I literatura starijeg datuma (Šuljić, 2009) kazuje kako su učenici hrvatskih škola već prije 10-ak godina koristili blagodati slobodnoga softvera GeoGebra. Godine 2009. zadatak učenika na terenskoj nastavi bio je (na temelju slike karte) odrediti rutu ljetnoga plivačkoga maratona.



Slika 8. Ruta plivačkoga maratona

Izvor: Šuljić, Š. (2009). GeoGebro, riješi mi zadatak! Miš- matematika i škola, časopis za nastavu matematike, 9 (45) 10, str. 230.

Umjesto klasičnoga trigonometrijskoga izračuna, za rješavanje zadatka upotrijebljena je GeoGebra. Učenicu su u programu konstruirali trokut kojem je zadana jedna stranica i dva kuta na njoj. U sjecištu krakova dobiva se treći vrh, a potom učenici zadaju naredbu *Udaljenost [A, C]*. GeoGebra izrazito realno prikazuje izgled trokuta unatoč činjenici da je jedna stranica

trokuta za šezdesetak puta veća od druge. No, i u takvom, na pogreške osjetljivom izračunu, GeoGebra daje točan rezultat.

3. ISTRAŽIVANJE UPOTREBE PROGRAMA GEOGEBRA U NASTAVI MATEMATIKE OD PRVOG DO ČETVRTOG RAZREDA

U istraživanju se utvrđuju pozitivna iskustva učenika upotrebom programa GeoGebra u nastavi Matematike od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole. Istraživanje je provedeno u razdoblju od 26. veljače do 1. ožujka 2024. godine na ukupnom uzorku od 89 učenika Osnovne škole Župa dubrovačka. Zadatke za svaki razred autorica rada izradila je samostalno, a prema uzoru na neke već dostupne zadatke u programu GeoGebra te zbirka i radnim bilježnicama iz Matematike.

3.1. Predmet i cilj istraživanja

Problem istraživanja ogleda se u činjenici da se suvremena nastava uveliko razlikuje u odnosu na tradicionalne oblike poučavanja na kojima su odrasle generacije hrvatskih osnovnoškolaca i srednjoškolaca. Razvoj i široka primjena tehnologije u svim sferama života od najranije dobi rezultirala je i uvođenjem tehnologije u nastavu. Time se postupno zatvaraju vrata klasičnom poučavanju u kojemu je učitelj u središtu obrazovnoga procesa, a naglasak se stavlja na interaktivno poučavanje kroz koje učenik izgrađuje znanje istražujući svijet oko sebe, otkriva pojave, opisuje procese i temeljem toga donosi zaključke. Takav je proces učenja moguć jedino ukoliko je učenik u stalnoj interakciji s okolinom. Učenik se od pasivnoga promatrača nastavnoga procesa prometne u aktivnoga sudionika. Mnogo je komponenti od kojih je takva nastava sačinjena, a ovo je istraživanje usmjereno na upotrebu informacijske i komunikacijske tehnologije u obrazovnome procesu.

Temeljem navedenoga problema postavljeni su sljedeći ciljevi rada:

- ispitati kako učenici od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole mogu koristiti program GeoGebra u nastavi matematike,
- ispitati pozitivna iskustva učenika korištenjem programa GeoGebra.

3.2. Istraživačka pitanja i instrument istraživanja

Proučavanjem literature, dosadašnjih istraživanja, znanstvenih i stručnih radova te publikacija iz predmetnoga područja prikupljeni su podaci koji služe kao polazišna točka u kreiranju istraživačke strategije ovoga rada. Obzirom da je cilj rada ispitati pozitivna iskustva učenika korištenjem programa GeoGebra, primjenjuje se kvantitativna metoda istraživanja. Istraživačka pitanja su:

IP1: Smatraju li učenici da je rješavanje matematičkih zadataka jednostavnije u knjigama ili u programu GeoGebra?

IP2: Preferiraju li učenici nastavak poučavanja pomoću programa GeoGebra?

Instrument istraživanja je anketni upitnik sastavljen od šest pitanja. Anketnim upitnikom ispituju se iskustva učenika od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole. Upitnikom se nastoji utvrditi jesu li se učenici već susretali s programom GeoGebra, sviđa li im se takav način rješavanja zadataka te smatraju li da je rješavanje matematičkih zadataka jednostavnije na klasičan način - u knjigama ili pomoću programa GeoGebra.

3.3. Uzorak istraživanja

Istraživanje je provedeno na ukupnome uzorku od 89 učenika iz četiri razredna odjeljenja; u prvome, drugome i četvrtome razredu anketu je riješilo po 22 učenika, dok su u trećem razredu anketu riješila 23 učenika.

3.4. Moguća ograničenja istraživanja

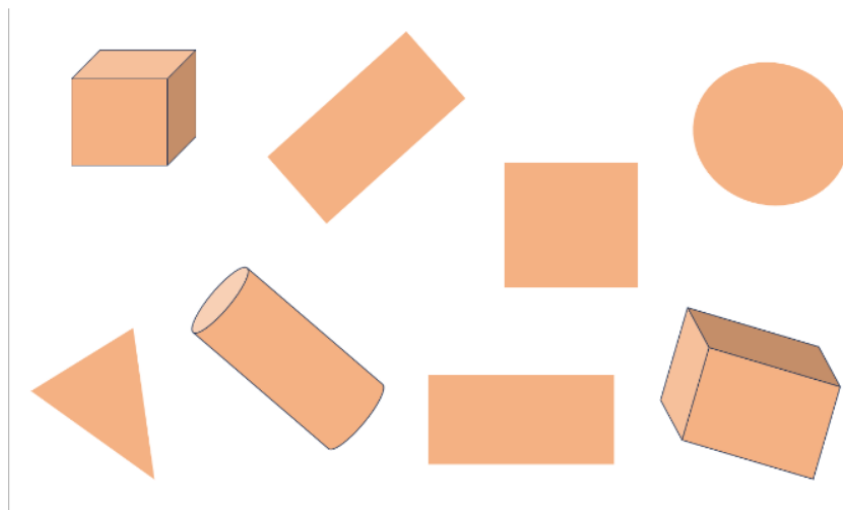
Iako se može činiti kako je struktura upitnika iznimno jednostavna, valja uzeti u obzir kako je riječ o učenicima nižih razreda osnovne škole koji nisu navikli na rješavanje anketnih upitnika. Utvrđene su teškoće prilikom čitanja upitnika kod učenika prvoga razreda. Za pretpostaviti je da bi ih rješavanje dužega upitnika, s više ponuđenih odgovara, moglo zbuniti i oduzeti previše vremena. Nadalje, ovaj se kratki upitnik sastoji isključivo od zatvorenih pitanja iz razloga što otvorena pitanja zahtijevaju veći angažman i više vremena.

4. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

U nastavku rada biti će prikazani prikupljeni odgovori učenika razvrstani prema razredima. Prije početka istraživanja autorica je učenicima objasnila što je GeoGebra, kako se u njoj rješavaju zadatci, upalila je zadatke na projektoru, a potom su učenici (uz autoričine upute) postepeno i samostalno rješavali zadatke. Nakon rješavanja zadataka u GeoGebri slijedilo je ispunjavanje upitnika zadovoljstva.

4.1. Primjena programa GeoGebra u prvome razredu

Nakon konzultacija s učiteljicom o stupnju usvojenosti gradiva geometrije u prvome razredu, izrađeni su zadaci koji su primjereni uzrastu i znanju učenika. Težina zadataka u udžbenicima i priručnicima geometrije za prvi razred istovjetna je težini zadataka koje su učenici rješavali u sklopu ovoga istraživanja.



ČEGA NA SLICI IMA VIŠE?

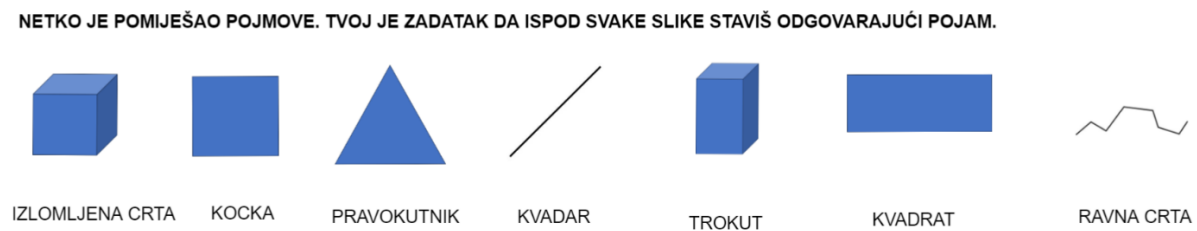
Uključite sve točne odgovore

- A NA SLICI IMA VIŠE GEOMETRIJSKIH TIJELA.
B NA SLICI IMA VIŠE GEOMETRIJSKIH LIKOVA.

Slika 9. Zadatak 1. za učenike prvoga razreda

Na slici 9 prikazan je prvi zadatak koji su učenici rješavali u programu GeoGebra. Prikazani su geometrijski likovi i geometrijska tijela, a zadatak učenika bio je odgovoriti nalazi li se na slici više geometrijskih likova ili geometrijskih tijela. Nakon promatranja slike, učenici su izabrali kvadratić pored odgovora kojega smatraju točnim. Najveći mogući broj bodova u prvom zadatku iznosio je 22 boda, a ukupan broj bodova koje su učenici ostvarili je 20 bodova, što je 90,90% riješenosti.

Na slici 10 prikazan je drugi zadatak koji je učenicima zadan u programu GeoGebra.

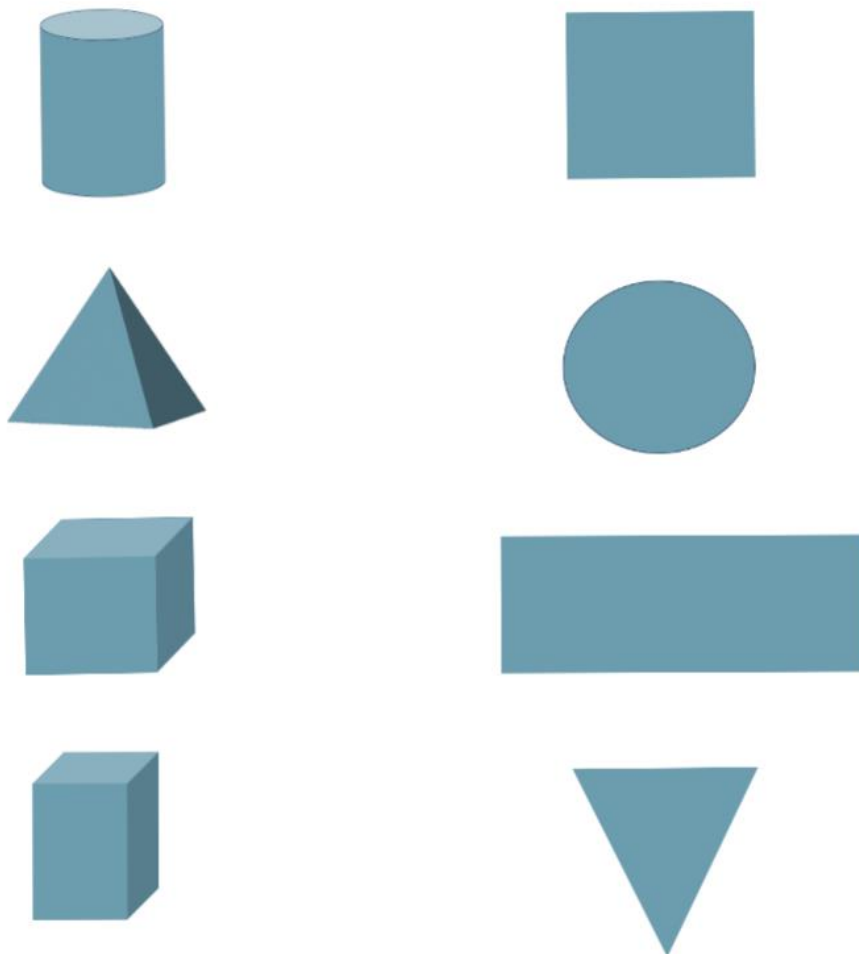


Slika 10. Zadatak 2. za učenike prvoga razreda

Drugi zadatak glasi: *Netko je pomiješao pojmove. Tvoj je zadatak da ispod svake slike staviš odgovarajući pojam.* Učenici su pokretom miša spajali odgovarajući lik s točnim pojmom. Ukupan mogući broj bodova iznosio je 77. Rezultati pokazuju kako su učenici u drugome zadatku ostvarili znatno niži rezultat u odnosu na prvi zadatak, odnosno od 77 bodova ostvarili su tek 29 bodova, što je 37,66%.

Slika 11 prikazuje treći zadatak za učenike. Zadatak glasi: *Poveži geometrijsko tijelo s geometrijskim likom u odnosu na plohe.* Zadatak učenika bio je pokretom miša spojiti geometrijski lik prikazan s desne strane s geometrijskim tijelom prikazanim s lijeve strane.

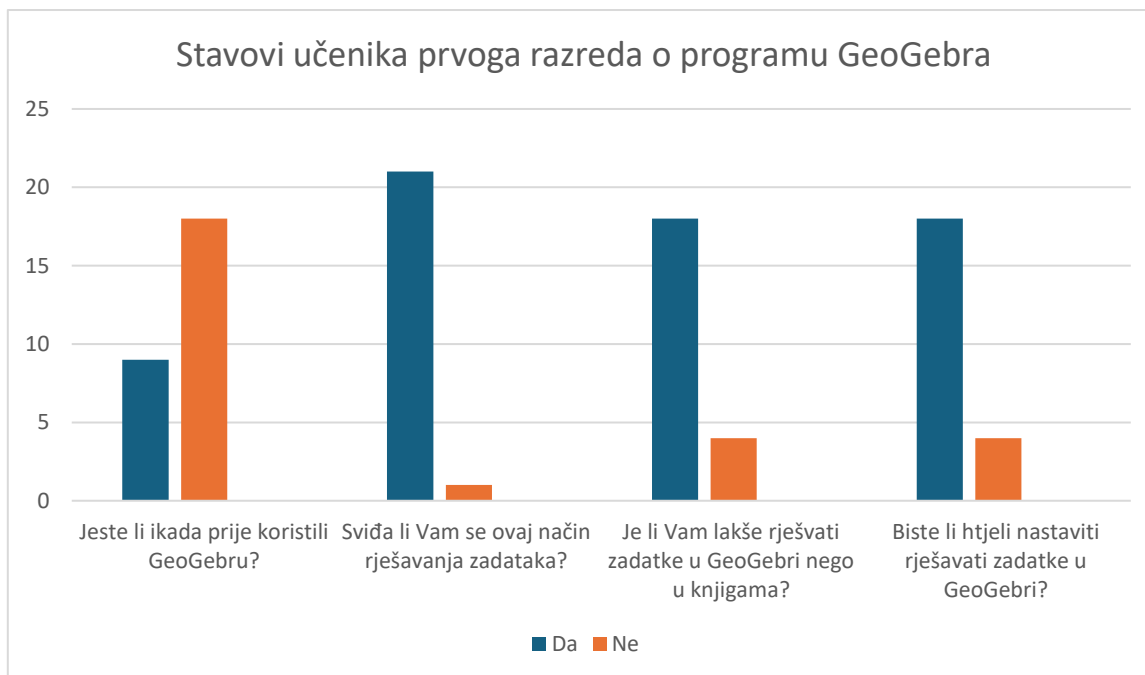
POVEŽI GEOMETRIJSKO TIJELO S GEOMETRIJSKIM LIKOM U ODNOSU NA PLOHE.



Slika 11. Zadatak 3. za učenike prvoga razreda

Treći zadatak ukupno je nosio 44 boda, a učenici su ostvarili ukupno 40 bodova, što je u postotku rezultat identičan kao i kod prvog zadatka, odnosno 90,90%.

Nakon što su učenici riješili sva tri zadatka, autorica im je podijelila anketni listić. Prikupljeni su odgovori 22 učenika prvoga razreda. Od ukupnoga broja ispitanih učenika, u razredu je 8 dječaka i 14 djevojčica. Kroz sljedeća četiri pitanja prikupljena su saznanja o stavovima učenika prvoga razreda o programu GeoGebra (rezultati prikazani u grafikonu 1).



Grafikon 1. Stavovi učenika prvoga razreda o GeoGebri

Iz grafikona 1 vidljivo je kako su stavovi učenika o GeoGebri izuzetno pozitivni. Prvim je pitanjem utvrđeno kako se 13 učenika što je više od polovine razreda, nikada ranije nije susrelo s programom GeoGebra. Unatoč tomu, gotovo svi učenici stava su kako im se sviđa ovakav način rješavanja zadataka, dok je tek jedan učenik odgovorio kako mu se ne sviđa upotreba GeoGebre u rješavanju zadataka. Na pitanje je li lakše rješavati zadatke u GeoGebri nego u knjizi, 18 učenika odgovorilo je potvrdno, dok 4 učenika smatra kako je zadatke jednostavnije rješavati na tradicionalan način. Jednak broj učenika, odnosno, njih 18 potvrdilo je kako bi željeli nastaviti rješavati zadatke u GeoGebri, dok su na ovo pitanje četiri učenika odgovorila negativno.

4.2. Primjena programa GeoGebra u drugome razredu

U dogovoru s učiteljicom razredne nastave autorica je za učenike drugoga razreda sastavila pitanja iz nastavnoga gradiva za prvi razred, jer do trenutka provođenja istraživanja učenici nisu usvojili sve predviđene geometrijske sadržaje drugoga razreda (slika 12). Težina zadataka provedena u ovome istraživanju istovjetna je težini geometrijskih zadataka u udžbenicima za drugi razred.

Prvi zadatak glasio je: *Dopuni rečenice tako na napišeš koji te predmet iz okoline podsjeća na zadano geometrijsko tijelo.* Zadatak učenika bio je u prazna polja upisati što ih iz okoline podsjeća na kvadar, kocku i kuglu (prikazano s lijeve strane slike). Pitanje je sastavljeno po uzoru na zadatak iz radne bilježnice Matematičke priče 1, autora Cindrić i Polak (2008) (prikazano s desne strane slike).

Dopuni rečenice tako da napišeš koji te predmet iz okoline podsjeća na zadano geometrijsko tijelo.

a) Na kvadar me podsjeća

b) Na kocku me podsjeća

c) Na kuglu me podsjeća

Slika 12. Zadatak 1. za učenike drugoga razreda

Za prvi zadatak učenici su mogli ostvariti ukupno 33 boda, a ostvarili su 28 bodova, postotak riješenosti je 84,84%.

Drugi zadatak prikazan je na slici 13, a glasi: *Izbaci uljeza tako da pojam koji smatraš uljezom premjestiš u za to predviđeni prostor.* U prvu grupu pojmova autorica je svrstala sljedeće pojmove: kvadar, kvadrat, kocka, stožac, valjak. Drugu grupu pojmova sačinjavaju: trokut, pravokutnik, piramida, krug, kvadrat. Treća grupa sastoji se od pojmova: maslac, ploča, cigla, boca, spužva.

Izbaci uljez tako da pojam koji smatraš uljezom premjestiš u za to predviđen prostor.

- a) kvadar kvadrat kocka stožac valjak
- b) trokut pravokutnik piramida krug kvadrat
- c) maslac ploča cigla boca spužva

Uljezi su:

- a)
- b)
- c)

Slika 13. Zadatak 2. za učenike drugoga razreda

Iako je bilo za pretpostaviti da će učenici drugi zadatak riješiti s lakoćom, dobiveni rezultati pokazuju izuzetno nisku stopu riješenosti; od ukupna 33 moguća boda, učenici su ostvarili tek 10 bodova, odnosno postotak riješenosti je 30,30%.

U trećem zadatku od učenika se tražilo da odgovore na pitanja umetanjem geometrijskoga lika koji odgovara pitanju (slika 14). Pitanje je sastavljeno po uzoru na zadatak iz radne bilježnice Matematičke priče 2, autora Cinrić i Polak (2011), gdje se od učenika tražilo da crtama povežu pojam i sliku geometrijskoga lika.

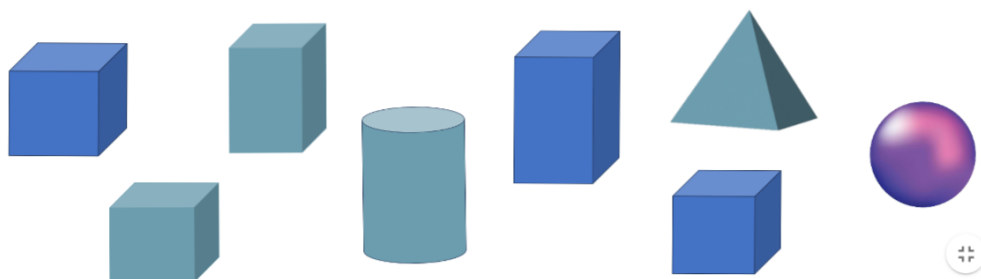
Odgovori na pitanje tako što ćeš ispod pitanja staviti sliku geometrijskoga tijela na koje se odnosi pitanje.

Koja geometrijska tijela imaju šest ploha?

Kojim su geometrijskim tijelima sve plohe ravne?

Kojem su geometrijskom tijelu sve plohe jednake?

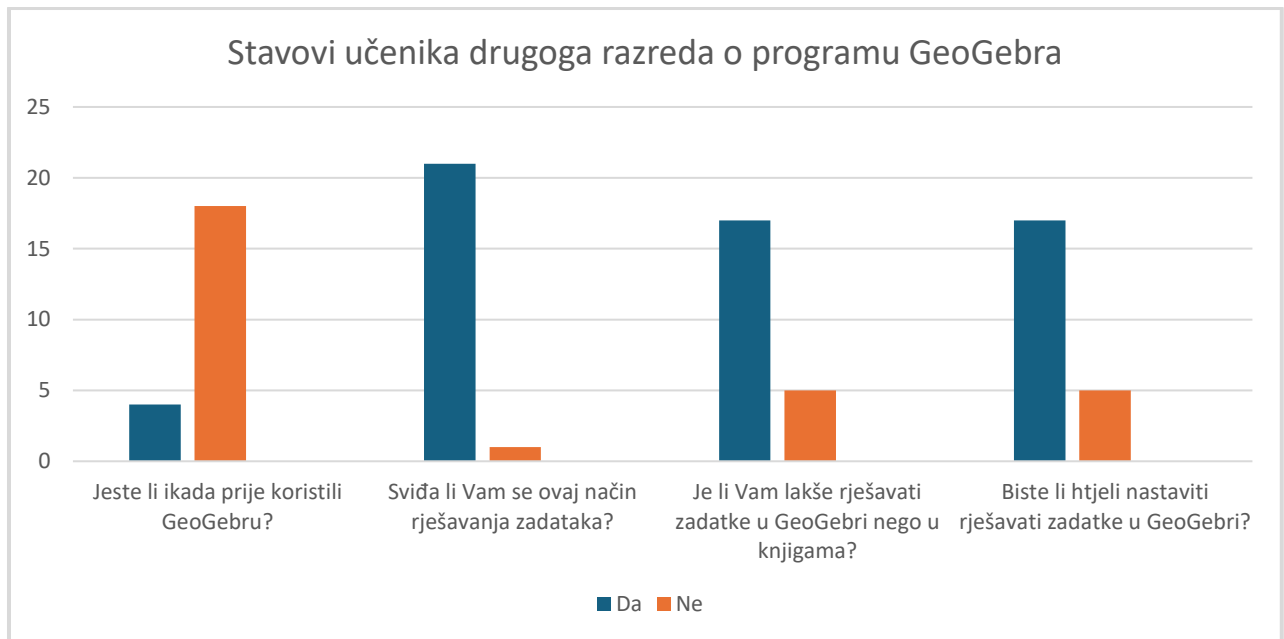
Koja geometrijska tijela imaju zakrivljene plohe?



Slika 14. Zadatak 3. za učenike drugoga razreda

Rezultati pokazuju relativno visok postotak riješenosti. Od mogućih 88 bodova, učenici su ostvarili 67 bodova, odnosno postotak riješenosti je 76,14%.

Kada su učenici riješili sva tri zadatka autorica je ponovila postupak i podijelila učenicima anketni listić. Temeljem prikupljenih odgovora, od ukupno 22 učenika u razredu je jednak broj djevojčica i dječaka, odnosno 11 djevojčica i 11 dječaka. U grafikonu 2 prikazani su stavovi učenika o programu GeoGebra.



Grafikon 2. Stavovi učenika drugoga razreda o GeoGebri

Iz dobivenih podataka vidljivo je kako je većina učenika, odnosno njih 18, koristila GeoGebra ranije. Tek jednom učeniku se ne sviđa ovakav način rješavanja zadataka, dok je najveći broj učenika, odnosno njih 21, na pitanje: *Sviđa li vam se ovaj način rješavanja zadataka?* odgovorio potvrdno. Jednak broj odgovora prikupljen je za posljednja dva pitanja u anketi; odnosno po 17 učenika smatra da je lakše rješavati zadatke u GeoGebri nego u knjigama, a također njih 17 bi htjelo nastaviti rješavati zadatke uz pomoć GeoGebre. Po pet učenika na ova dva pitanja odgovorilo je negativno.

4.3. Primjena programa GeoGebra u trećemu razredu

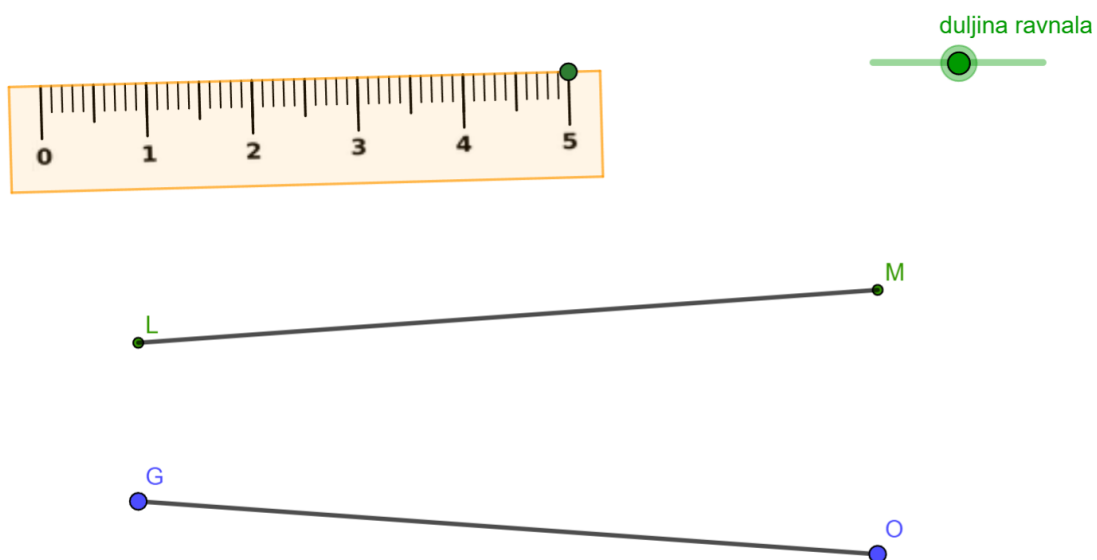
S obzirom da su zadatci za učenike trećega razreda osmišljeni prema nastavnome gradivu geometrije za drugi razred iz razloga što, kao i u drugome razredu, učenici u vrijeme provođenja ovoga istraživanja nisu u potpunosti usvojili gradivo geometrije za treći razred, tako se i težina zadatak u GeoGebri razlikovala u odnosu na težinu zadataka iz udžbenika za treće razrede.

Prvi zadatak za učenike trećega razreda autorica je osmislila po uzoru na već postojeći zadatak u programu GeoGebra (slika 15).

Izmjeri duljine zadanih dužina te vrijednosti unesi u za to predviđeno mjesto.

$|LM| =$

$|GO| =$



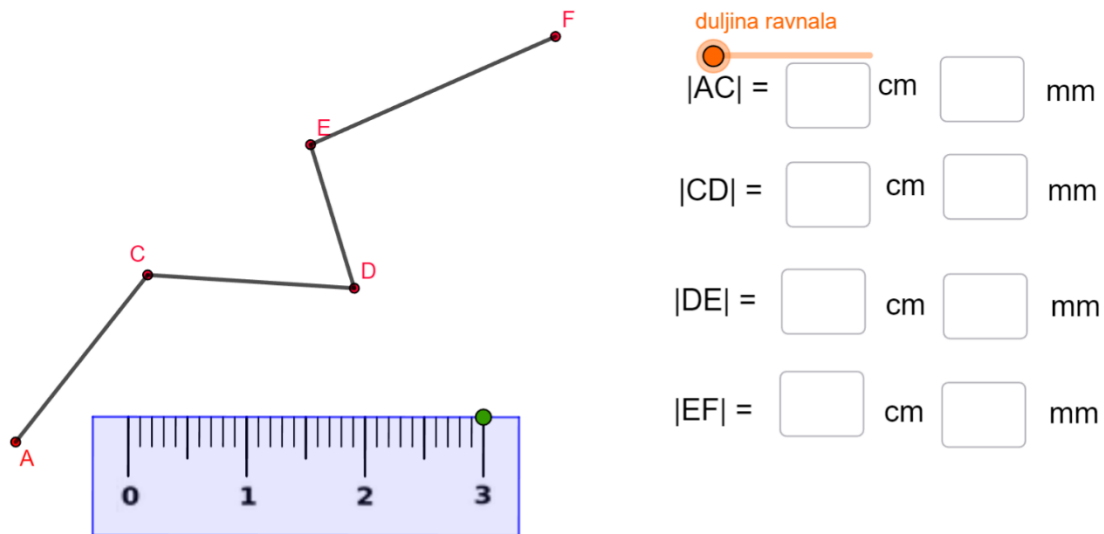
Slika 15. Zadatak 1. za učenike trećega razreda

Izvor: izrada autorice prema GeoGebra. Mjerenje duljine 2. <https://www.geogebra.org/m/gftmmqye>

Kako je vidljivo iz slike 15, zadane su dvije dužine: LM i GO. Zadatak učenika je prilagoditi duljinu ravnala pomoću klizača, zakrenuti ga pomicanjem zelene točke te potom izmjerene duljine zadanih dužina upisati u za to predviđena polja. Prema dobivenim rezultatima, postotak riješenosti vrlo je visok; od moguća 23 boda, učenici su ukupno ostvarili 22,5 boda, što je 97,28% riješenosti.

Drugi, ujedno i posljednji zadatak za učenike trećega razreda autorica je također osmislila po uzoru na već postojeći zadatak u programu GeoGebra. Tema zadatka bila je mjerenje duljine, a zadatak učenika bio je prilagoditi duljinu ravnala pomoću klizača, zakrenuti ga pomicanjem narančaste točke, izmjeriti duljine dužina te dobivene podatke upisati u za to predviđena polja. Osim toga, u zadatku se od učenika tražilo da izmjere ukupnu duljinu izlomljene crte, a rezultat upišu u za to predviđeno polje i to vrijednostima u centimetrima te milimetrima (slika 16).

Izmjeri duljinu svake dužine te izračunaj ukupnu duljinu izlomljene crte.



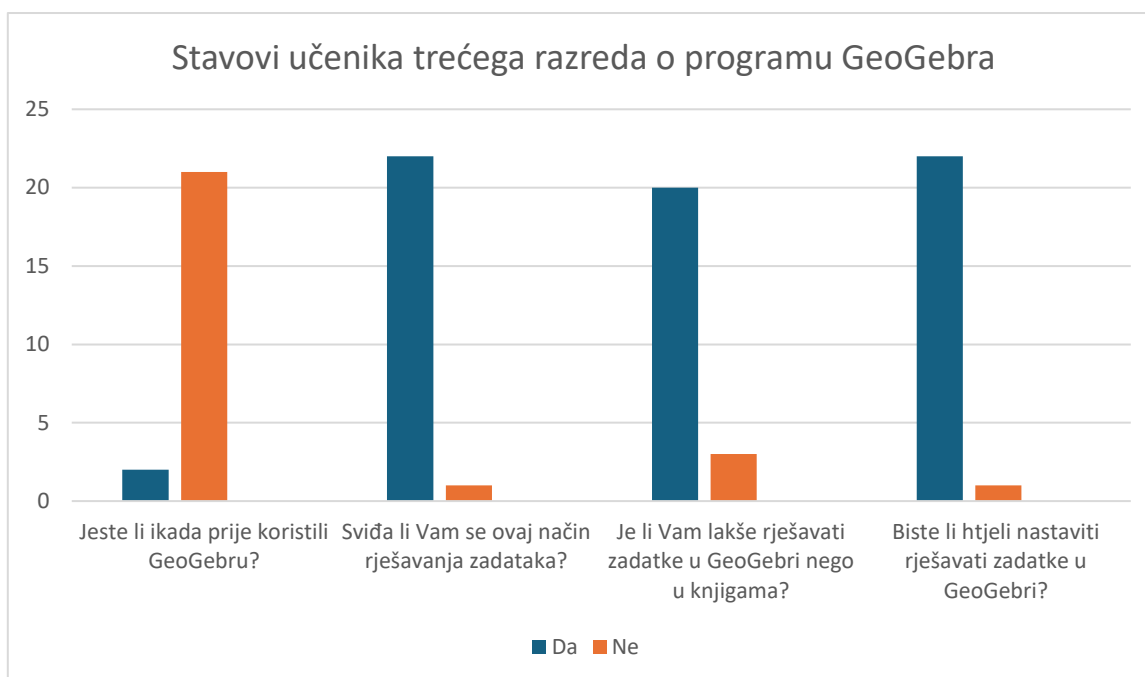
Ukupna duljina izlomljene crte je cm mm.

Slika 16. Zadatak 2. za učenike trećega razreda

Izvor: izrada autorice prema GeoGebra. Mjerenje duljine 3. <https://www.geogebra.org/m/fa6skbxy>

Rezultati riješenosti drugoga zadatka znatno su slabiji u odnosu na prvi zadatak; od mogućih 69 bodova učenici su postigli ukupan rezultat od 43 boda, što je 62,32% riješenosti.

Nakon što su učenici riješili oba zadatka, autorica im je podijelila anketni listić. Prema dobivenim rezultatima, u trećem razredu ukupno je 23 učenika, od čega 12 dječaka i 11 djevojčica. Stavovi učenika o GeoGebri prikazani su na grafikonu 3.



Grafikon 3. Stavovi učenika trećega razreda o GeoGebri

Kako je vidljivo iz grafikona, najveći broj učenika, odnosno njih 21, ranije nije koristilo GeoGebru, dok se tek dvoje učenika ranije susrelo s ovakvim načinom rješavanja zadataka. Najvećem broju učenika sviđa se rješavanje zadataka uz pomoć GeoGebre, dok je ovo pitanje tek jedan učenik odgovorio negativno. Na pitanje je li lakše rješavati zadatke u GeoGebri nego u knjigama, 20 učenika potvrdno je odgovorilo, dok tri učenika izražavaju stajalište kako im je lakše rješavati zadatke na tradicionalni način. Da bi voljeli nastaviti rješavati zadatke u GeoGebri izjavilo je 22 učenika, dok je samo jedan učenik odgovorio kako ne bi volio nastaviti rješavati zadatke u GeoGebri.

4.4. Primjena programa GeoGebra u četvrtome razredu

S obzirom da do trenutka provedbe ovoga istraživanja učenici četvrtoga razreda nisu savladali gradivo geometrije za četvrti razred, u dogovoru s nastavnom učiteljicom u GeoGebri su im zadani zadatci prema gradivu trećega razreda. Prema tome, od učenika je zatraženo da pretvore mjerene jedinice, odrede pravac i polupravac te izmjere dužine zadanih duljina na prikazanoj slici. Učenici su uspješno riješili zadane zadatke.

Prvi zadatak za učenike četvrtog razreda autorica je osmislila samostalno, a glasio je: *Pretvori mjerne jedinice*. Zadatak učenika bio je zadane vrijednosti pretvoriti (slika 17):

- iz centimetra u milimetre,
- iz kilograma u dekagrame,
- iz dekagrama u grame,
- iz decimetara u milimetre te
- iz litara u decilitre.

Pretvori mjerne jedinice.

$$145 \text{ cm} = \boxed{} \text{ mm}$$

$$131 \text{ kg} = \boxed{} \text{ dag}$$

$$131 \text{ dag} = \boxed{} \text{ g}$$

$$13 \text{ dm} = \boxed{} \text{ mm}$$

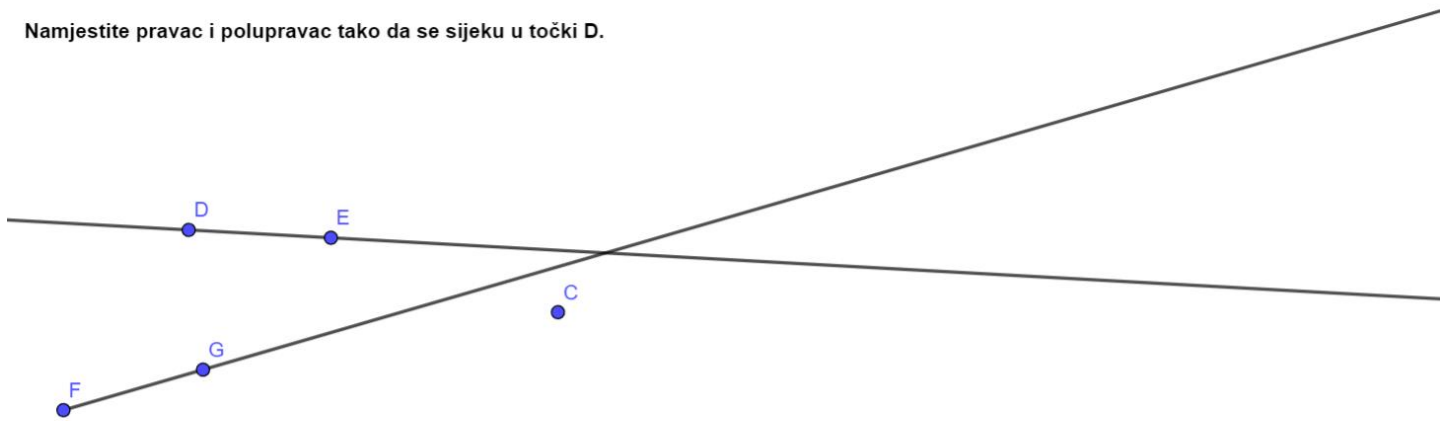
$$215 \text{ l} = \boxed{} \text{ dl}$$

Slika 17. Zadatak 1. za učenike četvrtoga razreda

Dobiveni rezultati pokazuju nisku razinu riješenosti; od 55 mogućih bodova, učenici su ostvarili 31 bod, odnosno postotak riješenosti je 56,36%.

U drugome zadatku učenicima je zadano da namjeste pravac i polupravac tako da se sijeku u točki D (slika 18). Ovaj zadatak autorica je osmislila sama.

Namjestite pravac i polupravac tako da se sijeku u točki D.



Slika 18. Zadatak 2. za učenike četvrtoga razreda

Rezultati pokazuju kako je ovaj zadatak svih 22 učenika riješilo točno; od moguća 22 boda učenici su ostvarili svih 22, odnosno 100% i time je ovo jedini zadatak u sklopu istraživanja koji su učenici riješili sa 100%-tnom točnosti.

Treći zadatak kompleksniji je zadatak u kojem se od učenika traži više ponavljajućih radnji. U programu GeoGebra nacrtana je kućica. Zadatak učenika je da najprije izmjere duljine zadanih dužina pomičući narančasti krug te izračunaju opseg kućice, a svaki pojedini rezultat unesu u za to predviđeno polje (slika 19). Autorica je zadatak osmislila po uzoru na već postojeći zadatak u GeoGebri.

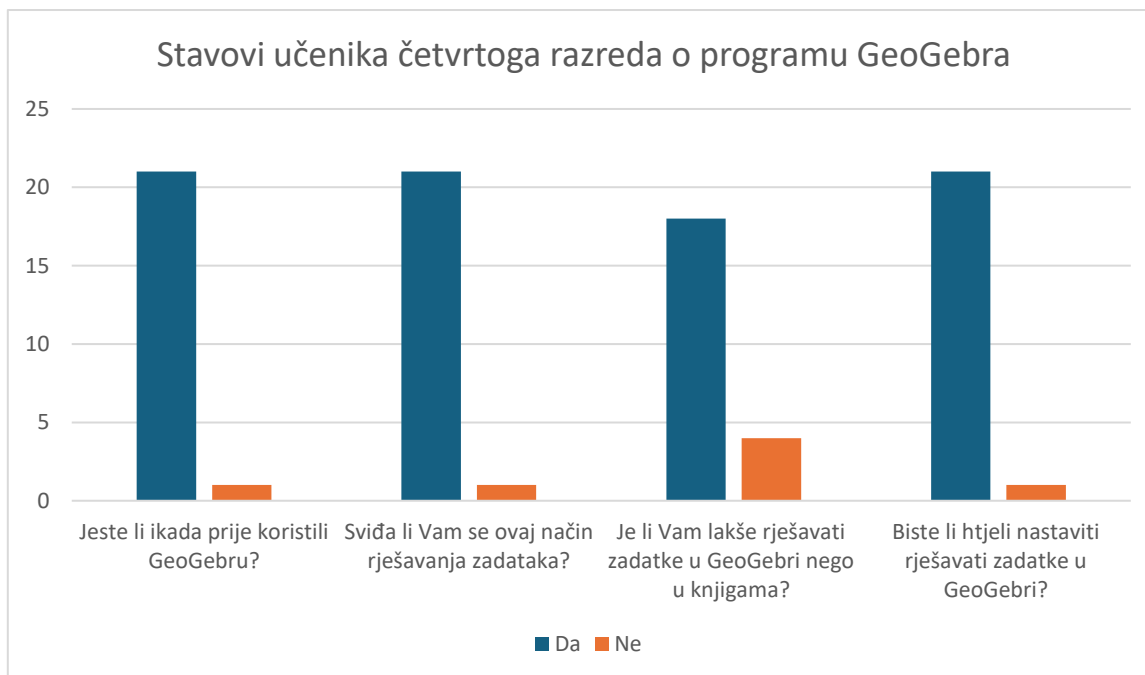
Najprije izmjeri duljine zadanih dužina te izračunaj opseg kuće.

$|AF| =$ cm $|AB| =$ cm
 $|FC| =$ cm $|BE| =$ cm
 $|EC| =$ cm $|FE| =$ cm
 $O =$
 $O =$ cm

Slika 19. Zadatak 3. za učenike četvrtoga razreda

Izvor: izrada autorice prema GeoGebra. Opseg pravokutnika i kvadrata. <https://www.geogebra.org/m/z4regq9r>

Iako je ovaj zadatak zahtijevao više radnji, učenici su imali visok postotak riješenosti; od mogućih 88 bodova, učenici su ostvarili 85 bodova, što je postotak riješenosti od 96,59%. Isto kao i u prethodnim razredima, nakon riješenih zadataka učenicima je podijeljen anketni upitnik, a dobiveni rezultati prikazani su na grafikonu 4.



Grafikon 4. Stavovi učenika četvrtoga razreda o GeoGebri

Od 22 učenika u razredu je 8 dječaka i 14 djevojčica. Prema dobivenim rezultatima vidljivo je kako se najveći broj učenika četvrtoga razreda, njih 21, ranije susreo s GeoGebrom, a samo jedan učenik nije se ranije susreo s programom. Čak 21 učenik iznio je stav kako im se sviđa ovakav način rješavanja zadataka. Samo se jednome učeniku ovakvo rješavanje zadataka ne sviđa. Na pitanje *Je li Vam lakše rješavati zadatke u GeoGebri nego u knjigama?* 18 učenika odgovorilo je pozitivno, dok su 4 učenika na ovo pitanje odgovorila negativno. Najveći broj učenika, njih 21, volio bi nastaviti rješavati zadatke u GeoGebri, dok jedan učenik izražava negativan stav o nastavku rješavanja zadataka na ovaj način.

4.5. Provjera istraživačkih pitanja

Povedenim su istraživanjem uspješno prikupljeni odgovori na oba istraživačka pitanja, a dobivena saznanja pružaju uvid u percepciju učenika o korištenju programa GeoGebra u nastavi matematike. Analizom prikupljenih podataka dobiveno je da se učenicima sviđa rješavanje zadataka uz pomoć informacijsko-komunikacijske tehnologije te smatraju kako je takav način rješavanja zadataka jednostavniji u odnosu na tradicionalno rješavanje zadataka u knjigama. Velika većina ispitanih učenika svih razreda i nadalje bi voljela nastaviti rješavati zadatke u GeoGebri.

IP1: Smatraju li učenici da je rješavanje matematičkih zadataka jednostavnije u knjigama ili u programu GeoGebra?

Temeljem provedenoga istraživanja potvrđeno je prvo istraživačko pitanje, odnosno učenici smatraju da je rješavanje matematičkih zadataka jednostavnije u GeoGebri u odnosu na tradicionalno rješavanje zadataka u knjigama.

IP2: Preferiraju li učenici nastavak poučavanja pomoću programa GeoGebra?

Drugim istraživačkim pitanjem nastojalo se saznati preferiraju li učenici rješavati zadatke u GeoGebri ili bi više voljeli zadatke rješavati tradicionalno u knjigama. Na temelju prikupljenih podataka utvrđeno je kako bi učenici nadalje voljeli rješavati zadatke u GeoGebri. Potvrđuje to visok postotak učenika koji su potvrdno odgovorili na ovo pitanje. U skladu s navedeni može se zaključiti kako učenici imaju pozitivan stav o upotrebi GeoGebre u nastavi Matematike i preferiraju rješavanje zadataka na takav način.

4.6. Rasprava

Istraživanjem je utvrđeno kako se 14 ispitanih učenika prvoga razreda nije ranije susrelo s radom u GeoGebri, no to se mijenja proporcionalno dobi. Odnosno, više od polovice učenika prvoga razreda nikada se ranije nije susrelo s GeoGebrom, no unatoč tome stava su kako im se ovakav način rješavanja zadataka sviđa, smatraju da je jednostavnije rješavati zadatke na ovaj način i voljeli bi nastaviti koristiti GeoGebru u nastavi matematike. Više od 20 učenika u svakome razredu odgovorilo je kako se ranije susrelo s GeoGebrom; samo jedan učenik četvrtoga razreda odgovorio je kako se nikada prije ovoga istraživanja nije susreo s GeoGebrom.

Općeniti je stav najvećega broja učenika, neovisno o razredu, kako je rješavanje zadataka u GeoGebri lakše u odnosu na rješavanje zadataka u knjigama te kako bi htjeli na takav način nastaviti rješavati zadatke. Rezultati dobiveni u ovome istraživanju podudaraju se s istraživanjem autorice Podpečan (2023) kojim je utvrđeno kako je ovakav način rješavanja zadataka učenicima zanimljiv, a najveća je prednost činjenica kako učenici bolje razumiju matematičke pojmove u odnosu na tradicionalne načine poučavanja. Nadalje, autorica Žilinskienė (2014) provela je istraživanje kojim je nastojala utvrditi stavove vezane uz korištenje GeoGebre u nastavi matematike, iz perspektive nastavnika. Istraživanje je provedeno u Litvi, a glavni zaključak istraživanja bio je da su nastavnici zainteresirani za održavanje ovakvoga načina poučavanja, no valja uzeti u obzir činjenicu kako prije 10-ak godina informacijska i komunikacijska tehnologija nije primjenjivana u školama u jednakoj mjeri kao danas. U tom kontekstu, ispitanici su iskazali pozitivne strane korištenja GeoGebre (primjerice, jednostavnije razumijevanje sadržaja i učinkovitije poučavanje) no u to vrijeme nastavnicima je bila potrebna dodatna organizacijska i tehnička podrška. Ipak, Jones je još 2001. godine istraživanjem utvrdio spremnost nastavnika na uključivanju tehnologije u nastavu, što je ključni čimbenik u pripremi, obuci i implementaciji informacijske i komunikacijske tehnologije u nastavi.

Na našem se području bilježi tek neznatan istraživački doprinos primjene programa GeoGebra u nastavi matematike. Paradžik je 2018. godine provela istraživanje u kojem je glavni cilj bio utvrditi postoji li razlika u postignućima učenika primjenom GeoGebre u odnosu na klasični način poučavanja. Istraživanjem je utvrđeno kako nastavnici koji koriste GeoGebru u nastavi matematike imaju pozitivna iskustva, navodeći kako računalo potiče motivaciju za učenje i traži aktivno sudjelovanje učenika. Nadalje, istraživanje se bavilo i percepcijom učenika, a utvrđeno je kako učenici u potpunosti uživaju u radu programa GeoGebra. Istraživanjem je također

utvrđeno kako su učenici pokazali bolje rezultate u znanju i razumijevanju geometrijskih sadržaja matematike u drugome razredu osnovne škole uz pomoć programa GeoGebre (Tomaš, Jurić, Paradžik, 2019).

Rezultati navedenih istraživanja podudaraju se s rezultatima ovoga istraživanja. Unatoč činjenici da je početak korištenja programa težak radi različitih tehničkih i organizacijskih problema, implementacija informacijske i komunikacijske tehnologije u nastavi ima pozitivan utjecaj na učenike; motiviraniji su, samostalniji u radu, lakše dolaze do rješenja i bolje usvajaju nastavni sadržaj. Stoga je školama imperativ olakšati integraciju tehnologije u učionicu pružanjem odgovarajuće infrastrukture i podrške profesionalnom razvoju nastavnika, kako bi se osigurala relevantnost nastavnoga sadržaja u 21. stoljeću.

5. ZAKLJUČAK

Rapidan razvoj i široka primjena informacijsko-komunikacijske tehnologije postali su sastavni dio svakodnevice suvremenoga društva, pa se nameće i potreba njihova uključivanja u obrazovni sustav. Iako pretjerana upotreba te tehnologije u ranoj fazi ima niz negativnih konotacija, ipak se ne mogu ignorirati ni njezine ogromne prednosti. Upotreba informacijskih program u nastavi Matematike omogućuje učenicima bolje razumijevanje matematičkih pojmova, sama nastava postaje zanimljiva, a učenici motivirani u radu. Dodatna je prednost ovakvih programa njihova široka dostupnost, što znači da učenici mogu raditi u njima i izvan učionice. Brojni učitelji u svijetu, ali i na našim područjima, prepoznali su prednosti programa koji njihovim učenicima približava matematičke koncepte i olakšava njihovo razumijevanje.

U ovome je radu provedeno istraživanje u uporabi programa GeoGebra u nastavi Matematike od prvoga do četvrtoga razreda. Provedenim istraživanjem dobiveno je kako upotreba GeoGebre omogućuje promatranje pojava koje je učenicima nižih razreda teško ili nemoguće prepoznati u stvarnom svijetu. Istraživanjem je utvrđen pozitivan stav učenika o GeoGebri; ponajviše zbog jednostavnosti rješavanja zadataka. Nadalje, utvrđeno je kako se učenicima sviđa ovakav, za pojedine učenike novi, način rješavanja zadataka te bi najveći broj učenika volio nastaviti raditi u GeoGebri. Hrvatske se škole susreću s brojnim izazovima, a najčešće je riječ o izazovima ekonomske prirode, pa učenje na računalima velikome broju učenika i dalje nije dostupno. No, obzirom da digitalnom dobu, zastupljenost interaktivnih sadržaja u hrvatskim školama trebao bi biti prioritet obrazovnog sustava.

6. LITERATURA

1. Baranović, N. i Lehman, S. (2018). Matematika u tangramu, tangram u matematici. *Poučak*, 19 (76), str. 20-37.
2. Boras Mandić, A. i sur. (2023). *Nina i Tino 1. Udžbenik matematike za prvi razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
3. Boras Mandić, A. i sur. (2023). *Nina i Tino 2. Udžbenik matematike za drugi razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
4. Boras Mandić, A. i sur. (2023). *Nina i Tino 3. Udžbenik matematike za treći razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
5. Cindrić, D., Polak. S. (2008). *Matematičke priče 1. Radna bilježnica iz Matematike za prvi razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
6. Cindrić, D. Polak. S. (2011). *Matematičke priče 2. Radna bilježnica iz Matematike za drugi razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
7. Glasnović Gracin, D., Burušić, J. (2018). Elementi STEM kreativnosti. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 19 (75), str. 9-14.
8. Gusić, M. (2017). Njezino visočanstvo- geometrija, revolucija starih Grka. *Matka*, 26 (102), str. 128-129.
9. Jones, C. A. (2001). Preparing teachers to use technology. *Principal Leadership*, 1(9), 35-39.
10. Jukić, Lj. (2009). Matematičke slagalice. *Osječki matematički list*, 9 (1), str. 13-20.
11. Lončar, L. i sur. (2023). *Nina i Tino 4. Udžbenik matematike za četvrti razred osnovne škole*. Profil. Zagreb.
12. Paradžik, M. (2018). *Provedba programa GeoGebra u nastavi matematike*. Diplomski rad. Sveučilište u Splitu, Split.
13. Pavičić Vukičević, J. (2019). Suvremene kurikulumске polemike. *Zbornik sveučilišta Libertas*, 016, str. 203–218.
14. Podpečan, L. (2023). Svojstva linearne funkcije istražujemo programom GeoGebra. *Varaždinski učitelj*, 6 (11), str. 810-816.

15. Skupnjak, D. (2011). Kurikulum i profesionalni razvoj učitelja u Hrvatskoj. *Napredak*, 152 (2), str. 305-324.
16. Šuljić, Š. (2009). GeoGebro, riješi mi zadatak! *Miš- matematika i škola, časopis za nastavu matematike*, 9 (45) 10, str. 229-234.
17. Tamam, B., Dasari, D. (2021). The use of Geogebra software in teaching mathematics. *Journal of Physics: Conference Series 1882* (2021), str. 1-6.
18. Tomaš, S., Jurić, J., Paradžik, M. (2019) GeoGebra appliance in the teaching of mathematics in lower grades of elementary school // *Metodički obzori/Methodological horizons*, 13(2018)1 (2019), 25; 101-120. doi: 10.32728/mo.13.1.2018.05
19. Žilinskienė, I. (2018). Use of GeoGebra in primary math education: a theoretical approach. *Proc. of the Lithuanian Mathematical Society, Ser. A* 55, 73-78.

Web izvori

1. Berry, R. (2021). Education technology and mathematics education. <https://milesberry.net/2021/12/edtech-maths/>
2. Bjelanović Dijanić, Ž. (2009). Mathlet- interaktivni digitalni materijal namijenjen samostalnom učenju. <https://pogledkrozprozor.wordpress.com/2009/03/31/mathlet-interaktivni-digitalni-materijal-namijenjen-samostalnom-ucenju/>
3. GeoGebra. <https://www.geogebra.org/about>
4. GeoGebra. Mjerenje duljine 2. <https://www.geogebra.org/m/gftmmqye>
5. GeoGebra. Mjerenje duljine 3. <https://www.geogebra.org/m/fa6skbxy>
6. GeoGebra. Opseg pravokutnika i kvadrata. <https://www.geogebra.org/m/z4regq9r>
7. Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (7/2019-146). https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
8. Negulić, T. (2017). GeoGebra – interaktivna matematika iz svijeta otvorenih tehnologija. <https://e-laboratorij.carnet.hr/geogebra-interaktivna-matematika/>
9. Razredna nastava. <https://www.razredna-nastava.net/stranica.php?id=541>
10. Škola za život. Razredna nastava 3.r. https://www.youtube.com/watch?v=u3H8_Tt6TuU

11. Šuljić, Š. (2017). Računalni program za nastavu matematike. <https://www.skolskiportal.hr/sadrzaj/savjeti-strucnjaka/racunalni-program-za-nastavu-matematike/>

7. POPIS SLIKA, TABLICA I GRAFIKONA

Popis slika

| | |
|--|----|
| Slika 1. Prepoznavanje i imenovanje geometrijskih likova i crta | 16 |
| Slika 2. Primjer zadatka iz geometrije za prvi razred osnovne škole..... | 17 |
| Slika 3. Primjeri zadataka crtanja dužine | 18 |
| Slika 4. Sedam tanova | 19 |
| Slika 5. Tangram figure | 19 |
| Slika 6. Primjeri zadataka crtanja pravca | 21 |
| Slika 7. Primjer zadatka crtanja kružnice | 22 |
| Slika 8. Ruta plivačkoga maratona..... | 27 |
| Slika 9. Zadatak 1. za učenike prvoga razreda | 31 |
| Slika 10. Zadatak 2. za učenike prvoga razreda | 32 |
| Slika 11. Zadatak 3. za učenike prvoga razreda | 33 |
| Slika 12. Zadatak 1. za učenike drugoga razreda | 35 |
| Slika 13. Zadatak 2. za učenike drugoga razreda | 36 |
| Slika 14. Zadatak 3. za učenike drugoga razreda | 37 |
| Slika 15. Zadatak 1. za učenike trećega razreda..... | 39 |
| Slika 16. Zadatak 2. za učenike trećega razreda..... | 40 |
| Slika 17. Zadatak 1. za učenike četvrtoga razreda | 42 |
| Slika 18. Zadatak 2. za učenike četvrtoga razreda | 43 |
| Slika 19. Zadatak 3. za učenike četvrtoga razreda | 44 |

Popis tablica

| | |
|---|----|
| Tablica 1. Organizacija predmeta Matematika u prvome razredu osnovne škole | 11 |
| Tablica 2. Organizacija predmeta Matematika u drugome razredu osnovne škole | 12 |
| Tablica 3. Organizacija predmeta Matematika u trećemu razredu osnovne škole | 13 |
| Tablica 4. Organizacija predmeta Matematika u četvrtome razredu osnovne škole | 15 |

Popis grafikona

| | |
|--|----|
| Grafikon 1. Stavovi učenika prvoga razreda o GeoGebri | 34 |
| Grafikon 2. Stavovi učenika drugoga razreda o GeoGebri | 38 |
| Grafikon 3. Stavovi učenika trećega razreda o GeoGebri..... | 41 |
| Grafikon 4. Stavovi učenika četvrtoga razreda o GeoGebri | 45 |

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FILOZOFSKI FAKULTET

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja Nikol Čupić, kao pristupnik/pristupnica za stjecanje zvanja magistra/magistrice primarnoga obrazovanja, izjavljujem da je ovaj diplomski rad rezultat isključivo mogega vlastitoga rada, da se temelji na mojim istraživanjima i oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio diplomskoga rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da nije prepisan iz necitiranoga rada, pa tako ne krši ničija autorska prava. Također izjavljujem da nijedan dio ovoga diplomskoga rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Split, srpanj 2024.

Potpis

Nikol

Izjava o pohrani i objavi ocjenskog rada
(završnog/diplomskog/specijalističkog/doktorskog rada - podcrtajte odgovarajuće)

Student/ica: Nikol Čupić

Naslov rada: Primjena GeoGebre u nastavi Matematike od prvoga do četvrtoga razreda osnovne škole

Znanstveno područje i polje: društvene znanosti

Vrsta rada: diplomski rad

Mentor/ica rada (ime i prezime, akad. stupanj i zvanje):

Suzana Tomaš, doc. dr. sc.

Komentor/ica rada (ime i prezime, akad. stupanj i zvanje):

Članovi povjerenstva (ime i prezime, akad. stupanj i zvanje):

Josipa Jurić, asistent

Irena Mišurac, doc. dr. sc.

Ovom izjavom potvrđujem da sam autor/autorica predanog ocjenskog rada

(završnog/**diplomskog**/specijalističkog/doktorskog rada - zaokružite odgovarajuće) i da sadržaj njegove elektroničke inačice u potpunosti odgovara sadržaju obranjenog i nakon obrane uređenog rada.

Kao autor izjavljujem da se slažem da se moj ocjenski rad, bez naknade, trajno javno objavi u otvorenom pristupu u Digitalnom repozitoriju Filozofskoga fakulteta Sveučilišta u Splitu i repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama *Zakona o visokom obrazovanju i znanstvenoj djelatnosti* (NN br. 119/22)).

Split, srpanj 2024.

Potpis studenta/studentice:

Nikol

Napomena:

U slučaju potrebe ograničavanja pristupa ocjenskom radu sukladno odredbama Zakona o autorskom pravu i srodnim pravima (111/21), podnosi se obrazloženi zahtjev dekanici Filozofskog fakulteta u Splitu.